



دفترچه سوال

حسابان پایه یازدهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول



مرکز بخش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: حسابان

ردیف	سؤال	بارم
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (الف) مجموع ریشه‌های معادله $ x-2 =3$ برابر است. (ب) شیب خط عمود بر خط $y-2x=3$ برابر است. (ج) معادله درجه دومی که ریشه‌هایش $5+\sqrt{2}$ و $5-\sqrt{2}$ باشد به صورت می‌باشد. (د) اگر $\{(-1, \sqrt{3}), (2, 5), (7, 3)\}$ ، $f = \frac{1}{f}$ به صورت می‌باشد.	۱
۲	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) برای تابع $f: [0, \frac{1}{9}] \rightarrow [0, \frac{1}{3}]$ نمایش $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 \end{cases}$ نیز قابل قبول است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست (ب) تابع $y = [x - \frac{1}{4}]$ و تابع $y = [x] - \frac{1}{4}$ با هم برابر هستند. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست (ج) تابع $f(x) = x-2 - 1$ در بازه $(-\infty, 2]$ وارون پذیر است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست (د) معادله $\sqrt{x^2-4} + 2\sqrt{x+2} = 0$ فاقد ریشه حقیقی می‌باشد. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۱
۳	حداقل چند جمله از دنباله حسابی $2, 4, 6, \dots$ را جمع کنیم تا حاصل از 110 بیشتر شود؟	۱/۵
۴	در شکل زیر نمودار سهمی به معادله $f(x) = ax^2 + bx + c$ رسم شده است. ضرایب a, b و c را تعیین کنید. 	۱/۲۵
۵	اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 4x - 2 = 0$ باشند، معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش $\alpha+1$ و $\beta+1$ باشد.	۱/۵
۶	معادله $ x-3 + x-1 = 1$ را به روش هندسی حل کنید و تعداد جواب‌ها را مشخص کنید.	۱/۲۵
۷	معادلات زیر را حل کنید. (الف) $\frac{1}{x^2-2x+1} + \frac{2}{x-1} = 3$ (ب) $x^2 - 9 = \sqrt{1-x^2}$	۱/۷۵



مرکز پژوهش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰

صفحه ۲ از ۲

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: حسابان

ردیف	سؤال	بارم
۸	نقاط $A(-1, 1)$ ، $B(0, 0)$ و $C(1, 2)$ سه رأس یک مثلث هستند. (الف) معادله میانه وارد بر ضلع BC را به دست آورید. (ب) اندازه ارتفاع وارد بر ضلع AC را بیابید.	۱/۷۵
۹	نمودار تابع با ضابطه $y = 2[x] + 1$ را در بازه $[-1, 2]$ رسم کنید.	۱/۷۵
۱۰	نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ را یک واحد به سمت راست و ۲ واحد به بالا ببرید. (الف) ضابطه تابع جدید را بنویسید. (ب) نمودار تابع جدید را با انتقال رسم کنید. (مراحل رسم معلوم باشد).	۱
۱۱	تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x-2} - 1$ مفروض است. (الف) ثابت کنید f یک به یک است. (ب) تابع وارون f را به دست آورید. (ج) نمودار f و f^{-1} را در یک صفحه مختصات رسم کنید.	۱/۲۵
۱۲	اگر $f = \{(2, 1), (1, -3), (-1, 2), (-3, 2), (4, -3)\}$ و $g(x) = \sqrt{2x - x^2}$ باشد، آنگاه توابع $f \times g$ و $f - g$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۳	دو تابع $f(x) = \frac{1}{x-4}$ و $g(x) = \sqrt{5-x}$ مفروض است: (الف) دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را بیابید. (ب) حاصل عبارت $(g \circ f)(5)$ چیست؟	۱/۷۵
۱۴	(الف) نامعادله $(\sqrt{2})^{x-2} < \frac{1}{4^x}$ را حل کنید. (ب) نمودار $y = 2^{x+2} - 1$ را به کمک نمودار $y = 2^x$ رسم کنید. (ج) a را چنان تعیین کنید که تابع نمایی $y = (\frac{a-1}{3})^x$ افزایشی (صعودی) باشد.	۰/۷۵ ۰/۷۵ ۰/۵
	جمع بارم	۲۰



باسمه تعالی

پیش‌آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

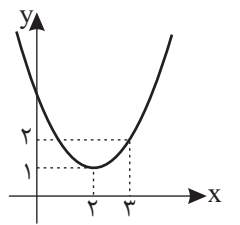
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۱

صفحه ۱ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۱)

ردیف	سؤال	بارم
۱	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) معادله درجه دومی که ریشه‌هایش دو برابر ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشد برابر است با ب) تعداد ریشه‌های معادله $ x - 1 = 3$ برابر است. ج) اگر $f = \{(1, 2), (-1, 3), (0, 6)\}$ و $g = \{(-1, 0), (1, 6)\}$ باشد، $\frac{f}{g}$ برابر است با	۱/۵
۲	در دنباله حسابی ...، ۱۱، ۷، ۳ حداقل چند جمله اول آن را با هم جمع کنیم تا حاصل بیشتر از ۱۵۰ شود؟	۱/۵
۳	معادله زیر را حل کنید. $\frac{2x}{x-3} + \frac{x+1}{x+4} = \frac{x+1}{x-3}$	۱
۴	در یک دنباله هندسی صعودی، اختلاف جمله پنجم و جمله اول ۴۰ است. اگر مجموع چهار جمله اول آن ۲۰ باشد، قدرنسبت را به دست آورید.	۱/۵
۵	اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^2 - 12x + 1 = 0$ باشند، بدون حل معادله حاصل $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ را به دست آورید.	۱/۵
۶	ضابطه تابع درجه دوم شکل زیر را بنویسید. 	۱/۵
۷	نقاط $A(4, 2)$ ، $B(1, -1)$ و $C(6, -1)$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر H و M به ترتیب پای ارتفاع AH و میانه AM باشند، طول MH را بدست آورید.	۲
۸	نمودار توابع زیر را رسم کنید.	
۱/۵	الف) $f(x) = [-\frac{x}{4}] + 1 \quad x \in [-2, 2)$	۱/۵
۱/۵	ب) $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & ; x > 0 \\ \sqrt{x+2} & ; -2 \leq x \leq 0 \end{cases}$	۱/۵
۱	ج) $f(x) = (\frac{1}{2})^x - 2 $	۱



مرکز بخش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

صفحه ۲ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۱)

ردیف	سؤال	بارم
۹	الف) تابع $f(x) = x^2 - 4x + 3$ در چه بازه‌ای یک به یک می‌باشد؟ چرا؟ ب) ضابطه تابع وارون را در بازه مورد نظر به دست آورید.	۲
۱۰	اگر $f(x) = \begin{cases} 5x^2 + 1 & x > 3 \\ 8x & x < 1 \end{cases}$ و $g = \{(4, 7), (6, -2), (2, 3), (1, 2), (5, 8)\}$ ، تابع $f + g$ را تشکیل دهید.	۱/۲۵
۱۱	اگر $f(x) = \sqrt{4-x}$ و $g(x) = \frac{2x}{x-3}$ ، آنگاه دامنه تابع $f \circ g$ را بدست آورید.	۱/۲۵
۱۲	نامعادلات توانی زیر را حل کنید. الف) $3^{x^2-4x} > \frac{1}{27}$ ب) $(\sqrt{6}-\sqrt{5})^{x^2+1} > (\sqrt{6}+\sqrt{5})^{-2x^2+3}$	۱
	جمع بarm	۲۰



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

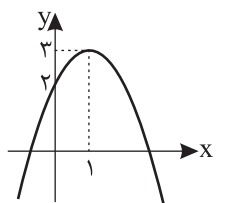
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

نام درس: حسابان (سری ۲)

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) هر تابعی وارون دارد. (ب) دنباله ثابت مخالف صفر هم حسابی و هم هندسی است. (ج) $x = [y]$ تابع است. (د) معادله $ x - 2 = 1$ دو ریشه دارد. (ه) دو تابع در صورتی برابرند که دامنه‌هایشان برابر و بردهای برابر داشته باشند.	۱/۲۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. (الف) تعداد جواب‌های معادله $x^4 + x^2 - 3 = 0$ برابر است. (ب) مجموعه جواب نامعادله $ x > x$ به صورت است. (ج) نمودار تابع $y = \sqrt{x+2} - 1$ از ناحیه صفحه مختصات نمی‌گذرد. (د) دامنه تابع $y = \frac{x}{[2x] - 6}$ به صورت است.	۱
۳	مجموع همه اعداد دو رقمی مضرب ۳ را بدست آورید.	۱/۷۵
۴	با توجه به شکل زیر، معادله سهمی را بنویسید. اگر این سهمی خط $y = 2$ را در نقطه A و B قطع کند، طول پاره خط AB را به دست آورید. 	۲
۵	معادله و نامعادله زیر را حل کنید. (الف) $x^2 + 3x - 8 = \sqrt{x^2 + 3x - 6}$ (ب) $16^{2x-1} > \frac{1}{512}$	۱/۵ ۱
۶	خط $3y = -4x + 5$ بر دایره به مرکز $(-2, 4)$ مماس است. مساحت دایره را به دست آورید.	۱/۲۵



مرکز بخش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

صفحه ۲ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۲)

ردیف	سؤال	بارم
۷	دو تابع f و g برابر هستند، مقادیر a ، b و c را بدست آورید. $f(x) = \begin{cases} b & x = 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x - a} & x \neq 1 \end{cases} \quad g(x) = x + c$	۱/۲۵
۸	نمودار توابع زیر را رسم کنید. الف) $g(x) = x - 1 + 2 x - 3 $ ب) $f(x) = [x]x - 2$ ، $-2 \leq x < 1$	۱ ۱/۲۵
۹	اگر $f(x) = \sqrt{3 - x}$ و $g(x) = \frac{2x}{x - 1}$: الف) دامنه f و g را به دست آورید. ب) دامنه $g \circ f$ را به دست آورید. ج) ضابطه $g \circ f$ را تشکیل دهید.	۱/۵
۱۰	ضابطه معکوس تابع $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x \geq 0 \\ x + 1 & x < 0 \end{cases}$ را بدست آورید.	۱/۵
۱۱	اگر $f(x) = \frac{x+1}{2x-4}$ و $\log(x) = x^2 - 4$ باشد، آنگاه ضابطه تابع $g(x)$ را بدست آورید.	۱/۲۵
۱۲	با روش هندسی معادله $ x = 2 - x^2$ را حل کنید.	۱/۵
۱۳	نمودار تابع $y = (0/2)^x - 1 $ را با رسم مراحل بکشید.	۱
	جمع بارم	۲۰



باسمه تعالی
آزمون تشریحی مدارس سلام

س ل ا م
مجموعه مدارس سلام

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۱

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۴

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان

ردیف	سؤال	بارم
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. (الف) اگر مجموع ریشه‌های معادله $x^2 + (m-1)x - 4 = 0$ برابر ۶ باشد، آن‌گاه مقدار m برابر با است. (ب) دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$ بازه است. (ج) شیب خط عمود بر خطی به معادله $3y + 2x = 4$ برابر با است. (د) در تابع $f(x) = \frac{3}{x-1}$ حاصل $f^{-1}(-2)$ برابر است.	۲
۲	مجموع جمله‌های هشتم و بیست و سوم یک دنباله حسابی برابر با ۱۲۰ است، مجموع ۳۰ جمله اول این دنباله را بیابید.	۱
۳	در دنباله هندسی $... , 24, y, x, 3, -$ مجموع هشت جمله اول چند برابر جمله دهم است؟	۱
۴	معادله زیر را حل کنید. $\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} = 3$	۱
۵	اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 + (m-1)x - 3 = 0$ باشند و رابطه $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 3$ برقرار باشد، مقدار m را به دست آورید.	۱



باسمه تعالی
آزمون تشریحی مدارس سلام

س ل ا م
مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: حسابان

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۱

صفحه ۲ از ۴

ردیف	سؤال	بارم
۶	ضابطه سهمی مقابل را بیابید.	۱
۷	نقاط $A(5,1)$ ، $B(4,0)$ و $C(2,4)$ رؤس مثلث ABC هستند. الف) طول میانه AM را به دست آورید. ب) معادله ارتفاع BH را بیابید.	۱/۵
۸	معادله $ x^2 - 1 = x + 1 $ را حل کنید.	۱
۹	تابع زیر را به صورت چند ضابطه‌ای نوشته و نمودار آن را رسم کنید. $f(x) = x + 1 + x - 2 $	۱/۵



باسمه تعالی
آزمون تشریحی مدارس سلام

س ل ا م
مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: حسابان

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۱

صفحه ۳ از ۴

ردیف	سؤال	بارم
۱۰	تساوی توابع $f(x) = (x-1)\sqrt{1-x}$ و $g(x) = \sqrt{(1-x)^3}$ را بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۱	نمودار تابع $f(x) = 2x - [x]$ را در بازه $[-2, 2]$ رسم کنید.	۱/۵
۱۲	در تابع $f(x) = 3 - \sqrt{x-4}$ ، حاصل $f(8) - 2f^{-1}(-1)$ را بیابید.	۰/۷۵
۱۳	توابع $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x) = \sqrt{x-2}$ مفروضند، دامنه و ضابطه تابع $g \circ f$ را بیابید.	۱/۲۵
۱۴	توابع $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$ و $g(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x+5}}$ مفروض‌اند. دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را به دست آورید.	۱



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

س ل ا م
مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: حسابان

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۱

صفحه ۴ از ۴

ردیف	سؤال	بارم
۱۵	ضابطه وارون تابع $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ را بیابید. نمودار تابع f^{-1} را رسم کرده و دامنه و برد آن را مشخص کنید.	۱/۲۵
۱۶	نمودار تابع $f(x) = 1 - 3^x$ را رسم کنید.	۱
۱۷	نامعادله مقابل را حل کنید. $\sqrt{2} \times \frac{1}{4^x} \leq 8^{x-1}$	۱
	جمع بارجم	۲۰



باسمه تعالی

پیش‌آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)



مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

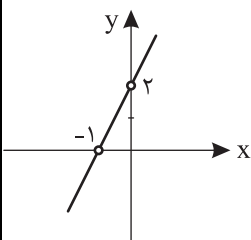
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

صفحه ۱ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان

ردیف	سؤال	بارم
۱	در دنباله حسابی $2, 6, 10, 14, \dots$ حداقل چند جمله را باید جمع کنیم تا حاصل از ۲۰۰ بیشتر شود.	۱
۲	در یک دنباله هندسی مجموع ده جمله اول ۳۳ برابر مجموع ۵ جمله اول است. قدر نسبت دنباله را به دست آورید.	۱
۳	در معادله $2x^2 - 8x + m = 0$ ، اگر یکی از جواب‌ها دو واحد از جواب دیگر بزرگ‌تر باشد، m و هر دو جواب معادله را بیابید.	۱
۴	صفرهای تابع f با ضابطه $f(x) = (x^2 - 1)^2 + (x^2 - 1) - 2$ را به دست آورید.	۱
۵	دو فرد A و B کاری را با هم در ۱۲ ساعت انجام می‌دهند. ولی اگر به تنهایی، این کار را انجام دهند، فرد A کار را ۱۰ ساعت زودتر از فرد B به اتمام می‌رساند. ساعت کار A و B به تنهایی را به دست آورید.	۱
۶	معادله $\frac{1}{x} + \frac{x}{x-3} = \frac{x-5}{x^2-9}$ را حل کنید.	۱
۷	بر روی محور طول‌ها نقاطی را بیابید که مجموع فاصله‌ی آن‌ها از دو نقطه به طول‌های ۲- و ۱ روی محور x ها برابر ۷ باشد؟	۱
۸	در مثلث ABC با رئوس $A(3, 5)$ و $B(-2, 4)$ و $C(1, -2)$ ، اگر AH ارتفاع مثلث باشد، مختصات نقطه H را حساب کنید.	۱
۹	نقطه‌ای روی خط $y = 2x$ تعیین کنید که مجموع فاصله‌های آن تا مبدأ مختصات و نقطه $A(2, 4)$ برابر ۵ باشد.	۱
۱۰	نمودار تابع $y = x + [x]$ را در فاصله $[-1, 1]$ رسم کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)	۱
۱۱	اگر $f(x) = \frac{x^2 + ax + a - 3}{x + 3}$ تابع همانی باشد، مقدار a را به دست آورید و نمودار تابع را رسم کنید.	۱
۱۲	نمودار یک تابع گویا به صورت زیر است. ضابطه آن را بیابید.	۱





باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)



مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

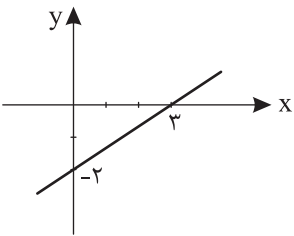
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

صفحه ۲ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱۳	اگر نمودار تابع خطی f به صورت زیر باشد، حاصل $\frac{1+f^{-1}(1)}{1-f(-1)}$ را بیابید.	۱
		
۱۴	اگر $f(x) = 8 - 2x$ باشد، دامنه تابع $h(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{f^{-1}(x)}}$ را حساب کنید.	۱
۱۵	اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ و $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ، دامنه و ضابطه توابع $f \circ g$ و $g \circ f$ را به دست آورید.	۱
۱۶	اگر $f(x) = ax + b$ و $g(x) = 2x + 7$ و $f(1) = 4$ ، در صورتی که $(f + g)(2) = 17$ باشد a و b را حساب کنید.	۱
۱۷	اگر $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، a و b و c را طوری بیابید که این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه $A(2, 3)$ نیز بگذرد.	۱
۱۸	آیا دو تابع زیر مساویند؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه کنید.	۱
	$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - 5x} \\ g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x - 5} \end{cases}$	
۱۹	به ازای چه مقادیری از a تابع $y = (1 - 2a)^x$ به صورت‌های زیر می‌باشد: (الف) یک تابع نمایی باشد. (ب) یک تابع نمایی صعودی (افزایشی) باشد. (ج) یک تابع نمایی نزولی (کاهشی) باشد.	۱
۲۰	(الف) نامعادله توانی $4^{2x-1} > \frac{1}{1024}$ را حل کنید. (ب) نمودار توابع $y = 2^x - 1$ و $y = 2^{x-1}$ را به کمک نمودار $y = 2^x$ رسم کنید.	۱
	جمع بارم	۲۰



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)



مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

صفحه ۱ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان

ردیف	سؤال	بارم
۱	درستی یا نادرستی هر یک از جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگر دامنه و برد دو تابع با هم برابر باشند آن دو تابع برابرند. ب) اگر $[3X] + 2 = -1$ باشد، حدود X برابر است با $(-1, 0)$ ج) تابع $y = x^2 + 2x - 1$ روی بازه $(-\infty, 0)$ تابعی وارون پذیر است. د) معادله $\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x - 1} = 0$ فاقد ریشه حقیقی است.	۱
۲	مجموع اعداد طبیعی مضرب ۳ کوچکتر از ۱۰۰ را بیابید.	۱
۳	در ۲۰ جمله اول یک دنباله حسابی، مجموع جملات شماره‌های فرد ۱۳۵ و مجموع جملات شماره‌های زوج ۱۵۰ می‌باشد. جمله اول و قدر نسبت دنباله را مشخص کنید.	۱/۵
۴	معادلات زیر را حل کنید. الف) $(3x^2 - 1)^2 - 13(3x^2 - 1) + 22 = 0$ ب) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3 - x$ ج) $2^{-2x-1} + 4(\frac{1}{4})^x - 72 = 0$	۳/۵
۵	حدود m را طوری به دست آورید که نمودار تابع $f(x) = mx^2 + (3m+1)x + m + 3$ محور x ها را در ۲ نقطه با طول‌های منفی قطع کند.	۱/۵
۶	اگر فاصله بین دو خط موازی $2x - 4y + 3 = 0$ و $8y + ax + b = 0$ برابر $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ باشد، مقدار $a + b$ را به دست آورید.	۱/۵
۷	نقاط $A(4, 5)$ و $B(3, 4)$ و $C(2, 7)$ سه رأس یک مثلث هستند. اندازه ارتفاع AH را به دست آورید.	۱/۵
۸	الف) به کمک بازه‌بندی، نمودار تابع $f(x) = [2x] + x$ را در بازه $[0, 1)$ رسم کنید. ب) نمودار $y = 2^x - 1 $ را رسم کنید.	۲/۲۵



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

س ل م
مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: حسابان

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

صفحه ۲ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۹	برابری دو تابع زیر را بررسی کنید. $f(x) = \sqrt{x}\sqrt{x-3}$ $g(x) = \sqrt{x^2-3x}$	۰/۷۵
۱۰	اگر $g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$ و $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{2x}$ باشند، آنگاه حاصل $g^{-1}(6)$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۱	الف) اگر تابع $f = \{(-2, 2), (m, 3), (-1, 3), (2m, a)\}$ یک به یک باشد، مقدار a را به دست آورید. ب) ضابطه وارون تابع $y = -\sqrt{x+2} + 3$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۲	دو تابع $f(x) = \sqrt{x-5}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-4x}$ داده شده اند. الف) دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) اگر $f = \{(-1, 1), (2, 4), (3, -1), (4, 0)\}$ و $g = \{(2, -1), (5, 3), (4, 2), (-1, 6)\}$ دو تابع باشند، تابع زیر را به صورت $\frac{g^2 - f^{-1}}{f} =$	۳
	جمع بarm	۲۰



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۱)

صفحه ۱ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) دو تابع $f(x) = \frac{2x-4}{x-2}$ و $g(x) = 2$ با یکدیگر برابر هستند.</p> <p>(ب) معادله $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4}$، دو جواب حقیقی دارد.</p> <p>(ج) معادله عمود منصف پاره خط واصل دو نقطه $A(0, -3)$ و $B(6, 15)$، $y = 3x + 5$ می باشد.</p> <p>(د) اگر $f^{-1} \circ g(3) = 4$ و $g^{-1}(5) = 3$ باشد، $f(4) = 5$ است.</p>	<p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p>
۲	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) جواب معادله $\sqrt{x-3} + 2\sqrt{x^2-9} = 0$ برابر می باشد.</p> <p>(ب) اگر $f = \{(1, 2), (3, -4), (5, 6)\}$ و $g = \{(3, -7), (2, 5), (-1, -2)\}$ باشد، آنگاه $\text{gof}^{-1}(-4)$ برابر با است.</p> <p>(ج) دامنه تابع $f(x) = \frac{[x]-2}{x^2+x-2}$ برابر می باشد.</p> <p>(د) دو انتهای قطر یک دایره نقاط $A(4, 6)$ و $B(-2, 0)$ است. مختصات مرکز دایره و شعاع دایره می باشد.</p>	۲/۵
۳	مجموع تمام اعداد طبیعی دورقمی را به دست آورید که باقیمانده تقسیم آنها بر ۷ برابر ۳ می باشد؟	۱/۵
۴	حاصل $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^9$ را به دست آورید.	۱
۵	اگر $x = 2$ یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + 7x - 2$ باشد، a و صفرهای دیگر تابع را در صورت وجود به دست آورید.	۱/۵
۶	معادله $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4}$ را حل کنید.	۱
۷	معادله $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = 1-x$ را حل کنید.	۱
۸	تعداد جوابهای معادله $ 6x - 2x^2 = x$ را به روش هندسی مشخص کنید.	۱
۹	نقاط $A(2, 4)$ و $B(0, 6)$ مفروض اند، معادله عمودمنصف پاره خط AB را بنویسید.	۱
۱۰	نمودار تابع $f(x) = [x] + x-1 $ را در فاصله $[-2, 2]$ رسم کنید.	۱/۵



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

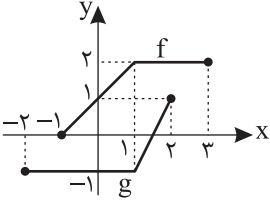
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

صفحه ۲ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۱)

ردیف	سؤال	بارم
۱۱	به کمک رسم نمودار، وارون پذیری تابع $y = 1 - \sqrt{x-2}$ را بررسی کنید و سپس ضابطه تابع وارون آن را به دست آورید.	۱
۱۲	نمودار توابع f و g داده شده است. نمودار $f + g$ را رسم کنید. 	۱
۱۳	اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ و $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ، ابتدا دامنه تعریف $g \circ f$ را به دست آورده و سپس ضابطه تابع $g \circ f$ را بیابید.	۲
۱۴	توابع $f(x) = \frac{x-1}{x}$ و $g(x) = 3x - 2$ مفروضند. حاصل $f \circ g^{-1}(4)$ را بیابید.	۱
۱۵	نامعادله $4^{2x-1} > \frac{1}{2048}$ را حل کنید.	۱
۱۶	نمودار دو تابع $y = 3^x$ و $y = 2^x$ را در یک صفحه مختصات رسم کنید.	۱
۲۰	جمع بarm	



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۲)

صفحه ۱ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) مجموعه صفرهای تابع $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ تهی است. ب) دو تابع $f(x) = \frac{\sqrt{-x}}{2 \times \sqrt{-x}}$ و $g(x) = \frac{x}{x- x }$ با هم برابرند. ج) دنباله a, a, a, \dots, a هم هندسی و هم حسابی است. د) نسبت طول به عرض در یک مستطیل طلایی برابر $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) دامنه تابع $f(x) = \sqrt{2x+a}$ بازه $[-4, +\infty)$ است. مقدار a برابر می باشد. ب) اگر در تابع نمایی $y = (a-2)^x$ با افزایش مقادیر x مقدار f کاهش یابد، بازه مقادیر a به صورت می باشد. ج) تابع $f = \{(4, 3), (5, m-1), (6, 9)\}$ به ازای مقادیر و برای m یک به یک نیست.	۱
۳	در کدام معادله داده شده، y تابعی از x است؟ الف) $ y = 2x - 7$ ب) $y^3 - x = 9$	۰/۲۵
۴	مجموع همه اعداد طبیعی سه رقمی که مضرب ۷ هستند، چقدر می باشد؟	۱/۵
۵	معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش از دو برابر ریشه های معادله $2x^2 - x - 4 = 0$ ، دو واحد بیشتر باشد.	۱/۲۵
۶	یکی از صفرهای تابع $f(x) = 2x^3 - (2k+8)x^2 + 16x - 8$ برابر k می باشد. مقدار k و مقدار صفرهای دیگر تابع را به دست آورید.	۱/۷۵
۷	معادله $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+3} = 2$ را حل کنید.	۱
۸	تعداد جواب های معادله $ x^2 - 9 = x - 2 $ را به روش هندسی به دست آورید.	۱
۹	اگر نقطه $A(2, 3)$ یک رأس مربع و معادله یک ضلع آن $3x - 4y = 9$ باشد، مساحت مربع را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۰	نقطه ای روی خط $y = 2x$ تعیین کنید که مجموع فاصله های آن تا مبدأ مختصات و نقطه $A(2, 4)$ برابر ۵ باشد.	۱/۵
۱۱	نمودار یک سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ رسم کنید که در آن $a < 0$ ، $b < 0$ و $c > 0$ باشد.	۰/۵



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۲)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

صفحه ۲ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱۲	نمودار توابع زیر را رسم کنید. (به کمک انتقال با رسم مراحل) $y = \frac{-1}{x-2} + 1$ (الف) $y = [\frac{1}{4}x] + 1 \quad x \in [-4, 2)$ (ب)	۲/۵
۱۳	تابع f در همه شرایط زیر صدق می کند. نمودار آن را رسم کنید. (الف) $R_f = (-\infty, 5]$, $D_f = \mathbb{R}$ (ب) $f(-5) = 1$, $f(2) = 4$ (ج) در بازه $[2, +\infty)$ تابع خطی است که محور طول ها را در نقطه ای به طول ۴ قطع می کند. (د) در بازه $(-2, 2)$ به هر عدد مربع آن را نسبت می دهد. (ه) در بازه $[-\infty, -2]$ خطی است.	۱
۱۴	اگر تابع $f(x) = x^2 - 4x + 1$ در بازه $(-\infty, a]$ وارون پذیر بوده و a بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد، مقدار a و ضابطه تابع وارون را در این بازه به دست آورید.	۱/۵
۱۵	اگر $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{4-x^2}$ باشند: (الف) دامنه تابع $(f \circ g)(x)$ را به دست آورید. (ب) دامنه $\frac{g}{f}$ را بیابید.	۱/۷۵
۱۶	تابع $f(x) = -(\frac{1}{4})^x + 1$ مفروض است: (الف) نمودار آن را به کمک انتقال رسم کنید. (ب) دامنه و برد آن را بیابید. (ج) آیا این تابع یک به یک است؟ چرا؟	۱/۷۵
	جمع بارم	۲۰



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

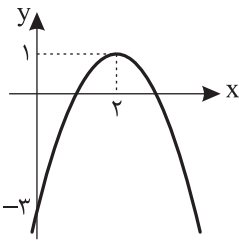
پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: حسابان

صفحه ۱ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) در تابع $f: A \rightarrow B$، همواره برد تابع برابر B می باشد.</p> <p>(ب) نمودار تابع $y = -\sqrt{x}$ قرینه نمودار $y = \sqrt{x}$ نسبت به محور x ها می باشد.</p> <p>(ج) اگر $[x] = x$ باشد، آنگاه x فقط اعداد صحیح می تواند باشد.</p> <p>(د) رابطه $x - y^2 = 4$ تابع می باشد.</p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) مجموع ریشه های معادله $x^4 - 3x^2 + 1 = 0$ برابر است.</p> <p>(ب) اگر $f = \{(2, 3), (-1, 4), (3, 0)\}$، تابع $(f^{-1})^2$ به صورت است.</p> <p>(ج) حاصل $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + \dots + [\sqrt{20}]$ برابر است.</p> <p>(د) فاصله نقطه $A(1, -4)$ از خط $y = x - 1$ برابر است.</p>	۲
۳	مجموع اعداد طبیعی دورقمی که مضرب ۶ باشند را بیابید.	۱
۴	اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - x - 1 = 0$ باشند، معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های α^3 و β^3 باشد.	۱
۵	<p>اگر نمودار $f(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد. ضابطه $f(x)$ را بنویسید و سپس صفرهای آن را پیدا کنید.</p> 	۱/۲۵
۶	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>(الف) $\frac{2}{x} - \frac{3x}{x+2} = \frac{x}{x^2+2x}$</p> <p>(ب) $x^2 + 3x - 8 = \sqrt{x^2 + 3x - 6}$</p>	۲
۷	نمودار $f(x) = x^2 - 2x $ را رسم کنید و سپس معادله $f(x) = 3$ را به روش جبری و هندسی حل کنید.	۱/۲۵



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: حسابان

صفحه ۲ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۸	نقطه $A(2, 3)$ رأس یک مربع و معادله یکی از قطرهای آن $4x + 3y = 7$ می باشد. (الف) معادله قطر دیگر مربع را بیابید؟ (ب) مساحت مربع چقدر است؟	۱/۵
۹	عبارت زیر را ساده کنید. $\frac{a^5 - a^6 + a^3 - a^2 + a - 1}{1 - a^6}$	۱
۱۰	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x < 1, x \neq 0 \\ \sqrt{x-1} & x \geq 1 \end{cases}$ را رسم کرده و برد آن را مشخص نمایید.	۱
۱۱	نمودار تابع $y = [\frac{x}{3}] + 1$ را در بازه $[-3, 6]$ رسم کنید.	۱/۵
۱۲	ابتدا نشان دهید تابع $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ وارون پذیر است. سپس ضابطه وارون آن را به دست آورید.	۱/۵
۱۳	اگر $f(x) = \frac{x-1}{3-x}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ باشند، دامنه تابع $g \circ f(x)$ را بدون محاسبه ضابطه آن به دست آورید.	۲
۱۴	(الف) تابع $f(x) = (\frac{1}{3})^x - 2$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را مشخص کنید. (ب) مجموعه جواب نامعادله $25^x < (0.2)^{2x-4}$ را مشخص کنید.	۲
	جمع بارم	۲۰



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

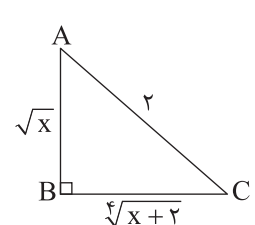
مدرسه:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

صفحه ۱ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۲)

ردیف	سؤال	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) در رابطه $x-1 + y = 0$، y تابعی از x می‌باشد.</p> <p>(ب) اگر $x \in \mathbb{Z}$ باشد، تساوی $[2x] = 2[x]$ برقرار است.</p> <p>(ج) هم‌دامنه تابع همواره زیرمجموعه‌ای از برد تابع است.</p> <p>(د) مجموع 10 جمله اول دنباله $3, 1, -1, -3, \dots$ برابر 60 است.</p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) برد تابع $y = 3^x$ بازه است.</p> <p>(ب) دامنه تابع $f(x) = \frac{x+1}{3-[x]}$ شامل بازه نمی‌شود.</p> <p>(ج) جواب نامعادله $x-3 < 3$ بازه است.</p> <p>(د) اگر $f(x) = \frac{ x }{1+ x }$، مقدار $f \circ f(1)$ برابر است.</p> <p>(ه) فاصله دو خط $x+y-1=0$ و $2x+2y+11=0$ برابر است.</p> <p>(و) اگر $f(x) = x^3 + x$، حاصل $f^{-1}(30)$ برابر است.</p>	۳
۳	<p>گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>(الف) اگر $[2x] = 2$، آنگاه حاصل $[-7x]$ چند مقدار مختلف دارد؟ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶</p> <p>(ب) تابع $f(x) = \sqrt{x-4} + m$ مفروض است. اگر $f^{-1} \circ f = f \circ f^{-1}$، آنگاه m کدام است؟ (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴</p>	۰/۵
۴	<p>(الف) نمودار تابع $y = x-2 + 1$ را رسم کنید.</p> <p>(ب) معادله $x-2 + 1 = -\sqrt{3x-5}$ را به روش هندسی حل کنید و تعداد جواب‌ها را مشخص نمایید.</p>	۱/۵
۵	<p>(الف) معادله مقابل را حل کنید:</p> $\frac{1}{x^2 - 4x + 4} + \frac{1}{x^2} = 2$ <p>(ب) با توجه به شکل زیر و نوشتن راه‌حل، مقدار x را به دست آورید.</p> 	۲



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۲)

صفحه ۲ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۶	اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، معادله درجه دومی بنویسید که $\alpha^3\beta$ و $\beta^3\alpha$ ریشه‌های آن باشند.	۱
۷	اگر نقاط $A(-1, 5)$ و $B(0, 4)$ و $C(9, 0)$ سه رأس یک مثلث باشند، اندازه ارتفاع BH را به دست آورید.	۱/۵
۸	اگر $x = -2$ یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x - 2$ باشد، مقدار a و مجموع صفرهای دیگر تابع را به دست آورید.	۱/۵
۹	مجموع چند جمله از دنباله هندسی $a_n = 2^{n-1}$ برابر ۵۱۱ است؟	۱
۱۰	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & -1 \leq x < 0 \\ x + [\frac{x}{2}] & 0 \leq x < 2 \\ -1 - \sqrt{x-2} & x \geq 2 \end{cases}$ را رسم کنید و برد آن را مشخص کنید.	۱/۵
۱۱	اگر $f(x) = \sqrt{x+4} - 1$ ، آنگاه دامنه و ضابطه تابع وارون را به دست آورید.	۱/۵
۱۲	توابع $f(x) = \sqrt{25-x^2}$ و $g(x) = \frac{x+2}{x-3}$ مفروض‌اند. دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.	۱/۲۵
۱۳	توابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g = \{(1, 5), (-1, 4), (5, 6)\}$ مفروضند. تابع $2f + g$ را بیابید.	۱
۱۴	الف) ابتدا مشخص کنید تابع $f(x) = (a^2 + 1)^{-x} - 1$ به ازای چه مقادیری از a یک تابع نمایی است و سپس به ازای $a = 1$ تابع f را رسم کنید. ب) نامعادله $(\sqrt{2})^{4x-2} \leq (0/25)^{3+x}$ را حل کنید.	۱/۷۵
۲۰	جمع بارم	



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲

صفحه ۱ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱	جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب پر کنید. الف) در دنباله هندسی غیرنزولی $\dots, \frac{1}{4}, x, 2$ ، مجموع شش جمله اول برابر است. ب) معادله درجه دومی که ریشه‌های آن برابر $2 \pm \sqrt{2}$ است به صورت می‌باشد. ج) دو خط $mx + y = 3$ و $3x - 4y = 6$ به ازای $m = \dots$ با هم موازی هستند. د) اگر $f(x) = x^3 + 1$ باشد، مقدار $f^{-1}(9)$ برابر است.	۲
۲	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. الف) در یک مستطیل با نسبت طلایی، نسبت طول به عرض با نسبت محیط به طول برابر است. ب) اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، آنگاه $ a - b \leq a + b $ ج) هم‌دامنه تابع را می‌توان هر مجموعه دلخواهی شامل برد تابع در نظر گرفت. د) دو تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ و $g(x) = x + 1$ با هم مساوی‌اند.	۱
۳	گزینه درست را انتخاب کنید. الف) مجموع صد و یک جمله اول دنباله حسابی $\dots, -47, -50$ کدام است؟ (۱) 10010 (۲) 10100 (۳) 10110 (۴) 11010 ب) اگر $x = 1$ یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 - 5x + 4$ باشد، بزرگ‌ترین جواب معادله $f(x) = 0$ کدام است؟ (۱) $\frac{\sqrt{17} - 1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{15} - 1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{17} + 1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{15} + 1}{2}$	۱
۴	با توجه به شکل زیر، به سؤالات پاسخ دهید. الف) ضابطه تابع سهمی را بیابید. ب) صفرهای تابع را بیابید.	۱/۷۵
۵	معادله $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = 5$ را حل کنید.	۱/۲۵
۶	مساحت مربعی را بیابید که یک رأس آن نقطه $A(-1, 3)$ و یک ضلع آن واقع بر خط به معادله $4x - 3y - 2 = 0$ باشد.	۱



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲

صفحه ۲ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان

ردیف	سؤال	بارم
۷	نمودار $f(x) = x^2 - 2x $ را رسم کنید. سپس به روش هندسی مشخص کنید معادله $f(x) = 2$ دارای چند جواب است؟	۱/۵
۸	دو نفر کاری را با هم در ۱۲ ساعت انجام می دهند. اگر نفر اول به تنهایی کار را ۱۰ ساعت زودتر از نفر دوم به اتمام برساند، نفر دوم به تنهایی در چند ساعت کار را انجام می دهد؟	۱/۵
۹	نمودار تابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد آن را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+4} & -4 \leq x < 0 \\ -\frac{1}{x} & x > 0 \end{cases}$	۱/۵
۱۰	ضابطه تابع وارون تابع $f(x) = x^2 - 6x + 8$; $x \leq 3$ را به دست آورید.	۱
۱۱	الف) به کمک بازه بندی، نمودار تابع $y = [2x] + 1$ را در بازه $(0, -1]$ رسم کنید. ب) مقدار تابع را به ازای $x = -\sqrt{2}$ به دست آورید.	۱/۷۵
۱۲	توابع $f = \{(2, 5), (1, -3), (4, 2), (6, 1), (3, 0)\}$ و $g = \{(2, 4), (4, 2), (-1, 0), (6, 2), (0, 5)\}$ مفروض اند. توابع $\frac{2f}{f-g}$ و $g \circ f$ را به دست آورید.	۱
۱۳	اگر $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و $g(x) = \frac{1}{x+5}$ باشند، دامنه fog را با تعریف به دست آورده و سپس ضابطه fog را بیابید.	۱/۷۵
۱۴	الف) نمودار تابع $y = (\frac{1}{3})^x - 1$ را در دستگاه مختصات رسم کنید. ب) به کمک نمودار تابع، مقدار $[f(\sqrt{2})]$ را بیابید. ج) نامعادله نمایی $9^{3x-2} > \frac{1}{243}$ را حل کرده و محدوده جواب را بیابید.	۲
	جمع بarm	۲۰



دفترچه پاسخنامه

حسابان پایه یازدهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

$$|x-2|=3 \Rightarrow x-2=\pm 3 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow -1+5=4$$

(الف) ۴

$$y-2x=3 \Rightarrow y=2x+3 \Rightarrow \text{شیب خط عمود} = 2 \Rightarrow \text{شیب} = -\frac{1}{2}$$

(ب) $-\frac{1}{2}$

$$x^2 - 10x + 23 = 0 \quad (\text{ج})$$

$$\frac{1}{f} = \left\{ \left(2, \frac{1}{5}\right), \left(7, \frac{1}{3}\right), \left(-1, \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \right\} \quad (\text{د})$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۸، ۹، ۱۱، ۳۵ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) نادرست ($x = -2$)

(ج) درست

(ب) نادرست

(الف) نادرست

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۲۱، ۴۰، ۵۳ و ۶۱)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

$$a_1 = 2, d = 2 \quad (\text{نمره } ۲۵/۰)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow \frac{n}{2}(4 + (n-1)2) > 110 \Rightarrow \frac{n}{2}(2n+2) > 110 \quad (\text{نمره } ۵/۰)$$

$$n^2 + n - 110 > 0 \Rightarrow n = \frac{-1 \pm \sqrt{1+440}}{2} = -11, 10 \quad \begin{array}{c} -11 \quad 10 \\ + \quad - \quad + \end{array} \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n > 10 \Rightarrow n \text{ حداقل } = 11 \quad (\text{نمره } ۲۵/۰)$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۳ و ۴)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۲۵ نمره)

با توجه به مشخص بودن رأس سهمی، ضابطه سهمی به صورت زیر است:

$$f(x) = a(x-h)^2 + k$$

$$\begin{aligned} h: \text{طول رأس سهمی} & \Rightarrow \begin{cases} f(x) = a(x-2)^2 - 1 \\ f(0) = 1 \end{cases} \Rightarrow 4a - 1 = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \quad (\text{نمره } ۲۵/۰) \\ k: \text{عرض رأس سهمی} & \Rightarrow \end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) - 1 = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \quad (\text{نمره } ۲۵/۰) \\ c = 1 \quad (\text{نمره } ۲۵/۰) \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۶ و ۱۱)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

$$x^2 - 4x - 2 = 0 \Rightarrow S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-4}{1} = 4 \quad (\text{نمره } ۲۵/۰), P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-2}{1} = -2 \quad (\text{نمره } ۲۵/۰)$$

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله جدید را محاسبه می‌کنیم.

$$S_{\text{جدید}} = \alpha + 1 + \beta + 1 = \alpha + \beta + 2 = S + 2 = 4 + 2 = 6 \quad (\text{نمره } ۲۵/۰)$$

$$P_{\text{جدید}} = (\alpha+1)(\beta+1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = P + S + 1 = -2 + 4 + 1 = 3 \quad (\text{نمره } ۲۵/۰)$$

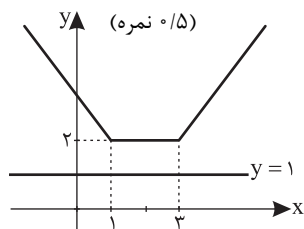
$$x^2 - Sx + P = 0 \quad (\text{نمره } ۲۵/۰) \Rightarrow x^2 - 6x + 3 = 0 \quad (\text{نمره } ۲۵/۰)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۵)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۲۵ نمره)

نمودار توابع $y=1$ و $y=|x-3|+|x-1|$ را رسم کرده و برخورد آنها را بررسی می‌کنیم.

$$y = |x-3| + |x-1|$$



(حسابان یازدهم، صفحه ۲۴)

$$|x-3| + |x-1| = 1 \Rightarrow y = |x-3| + |x-1| = \begin{cases} x-3+x-1=2x-4 & x \geq 3 \\ -x+3+x-1=2 & 1 < x < 3 \quad (\text{نمره } ۵/۰) \\ -x+3-x+1=-2x+4 & x \leq 1 \end{cases}$$

خط $y=1$ نمودار تابع $y=|x-3|+|x-1|$ را قطع نمی‌کند، پس معادله جواب ندارد. (نمره ۲۵/۰)



پاسخ سؤال ۷: (۱/۷۵ نمره)

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{(x-1)} = 3 \xrightarrow{x \neq 1} 1 + 2(x-1) = 3(x-1)^2$$

(الف) (نمره ۰/۲۵)

$$(x-1) = t \Rightarrow 3t^2 - 2t - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2 \\ t = -\frac{1}{3} \Rightarrow x - 1 = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

(نمره ۰/۲۵)

ب)

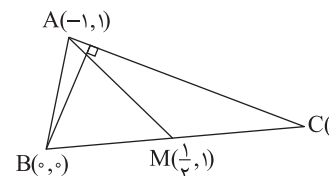
$$\left. \begin{aligned} x^2 - 9 &= \sqrt{1 - x^2} \Rightarrow 1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \quad (1) \\ x^2 - 9 &\geq 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (1) \cap (2) = \emptyset \quad (نمره ۰/۲۵)$$

(۲) $x^2 \geq 9 \Rightarrow x \geq 3 \cup x \leq -3$ (نمره ۰/۲۵)

معادله جواب ندارد.

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۹)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۷۵ نمره)



(الف) $M(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}) \Rightarrow M(\frac{1}{2}, 1) \Rightarrow m_{AM} = \frac{0}{1/2} = 0 \Rightarrow y = 1$ (نمره ۰/۵)

ب) $m_{AC} = \frac{2-1}{1+1} = \frac{1}{2}$ (نمره ۰/۲۵): معادله خط AC

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x + 1) \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

(نمره ۰/۵)

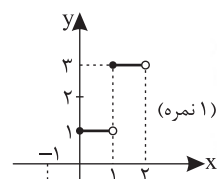
$$2y = x + 3 \Rightarrow 2y - x - 3 = 0$$

$$BH = \frac{|\frac{1}{2}(-1) - (-1) - \frac{3}{2}|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

(نمره ۰/۲۵)

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۷۵ نمره)



(نمره ۱)

$$y = 2[x] + 1; -1 \leq x < 2$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = 2(-1) + 1 = -1 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = 2 \cdot 0 + 1 = 1 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = 2 \cdot 1 + 1 = 3 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

نمودار تابع به صورت مقابل است.

(حسابان یازدهم، صفحه های ۴۹ و ۵۱)

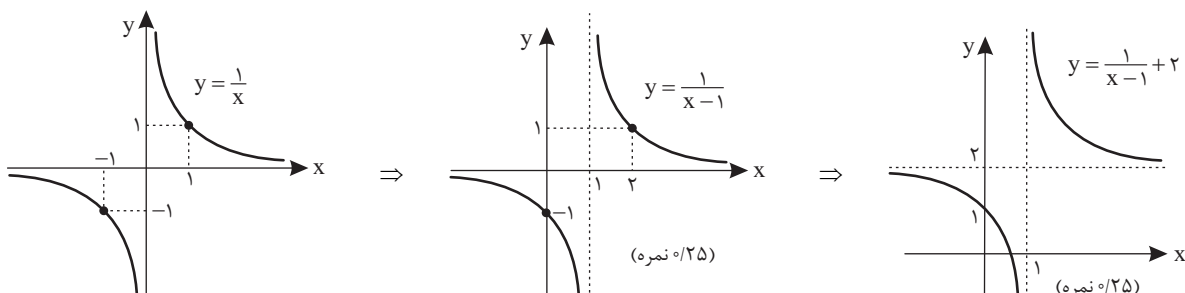
پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

(الف)

$$y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{1}{x-1} \Rightarrow y = \frac{1}{x-1} + 2$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

(ب)



(حسابان یازدهم، صفحه های ۴۵ و ۵۲)



پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۲۵ نمره)

$$y = \sqrt{x-2} - 1$$

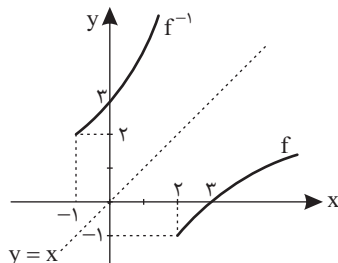
$$\text{الف) } y_1 = y_2 \Rightarrow \sqrt{x_1-2} - 1 = \sqrt{x_2-2} - 1 \Rightarrow \sqrt{x_1-2} = \sqrt{x_2-2} \Rightarrow x_1-2 = x_2-2 \Rightarrow x_1 = x_2 \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$\text{ب) } y+1 = \sqrt{x-2} \Rightarrow x-2 = (y+1)^2 \Rightarrow x = (y+1)^2 + 2$$

$$\begin{cases} f^{-1}(x) = (x+1)^2 + 2 \\ D_{f^{-1}} = R_f = [-1, +\infty) \end{cases} \text{ (نمره } \circ/۵)$$

$$\text{ج) } (2, -1) \in f \Rightarrow (-1, 2) \in f^{-1}$$

$$(2, 0) \in f \Rightarrow (0, 2) \in f^{-1}$$



(با رسم شکل نیز یک به یک بودن تابع را می توان نشان داد)

(نمره $\circ/۵$)

(حسابان یازدهم، صفحه های ۵۵، ۵۹ و ۶۲)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۲۵ نمره)

اعمال جبری فقط در دامنه مشترک انجام می شود.

$$2x - x^2 \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_g = [0, 2] \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$D_f \cap D_g = \{1, 2\} \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$g(1) = 1, g(2) = 0 \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$f = \{(2, 1), (1, -3), (-1, 2), (-3, 2), (4, -3)\}$$

$$f \times g = \{(2, 0), (1, -3)\} \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$f - g = \{(2, 1), (1, -4)\} \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۰)

پس مقدار تابع g را در دامنه مشترک با f به دست می آوریم.

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۷۵ نمره)

$$\text{الف) } D_g = (-\infty, \delta], D_f = \mathbb{R} - \{4\} \Rightarrow D_{f(g(x))} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \Rightarrow D_{f \circ g} = (-\infty, \delta] - \{-1\}\}$$

$$\begin{aligned} \delta \geq x & \Rightarrow \sqrt{\delta-x} \neq 4 \\ \delta-x \neq 16 & \Rightarrow x \neq -11 \end{aligned} \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt{\delta-x}-4} \text{ (نمره } \circ/۵)$$

$$\text{ب) } g(f(\delta)) = g(1) = \sqrt{\delta-1} = 2 \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

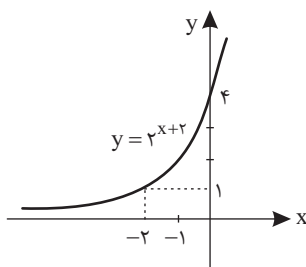
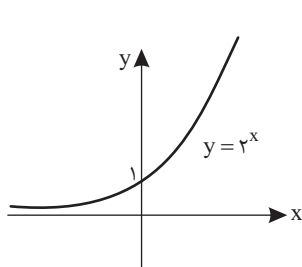
(حسابان یازدهم، صفحه ۶۹)

پاسخ سؤال ۱۴: (۲ نمره)

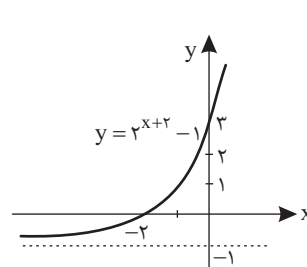
$$\text{الف) } ((2)^{\frac{1}{2}})^{x-2} < 2^{-2x} \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{1}{2}(x-1)} < 2^{-2x} \Rightarrow \frac{1}{2}x - 1 < -2x \Rightarrow \frac{5}{2}x < 1 \Rightarrow x < \frac{2}{5} \text{ (نمره } \circ/۵)$$

ب)



(نمره $\circ/۲۵$)



(نمره $\circ/۵$)

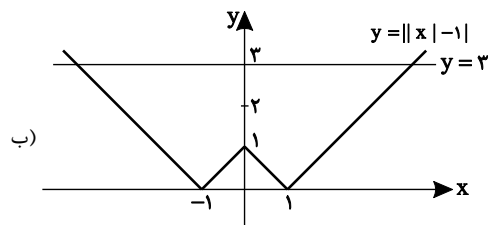
$$\text{ج) } \frac{a-1}{3} > 1 \Rightarrow a > 4 \text{ (نمره } \circ/۵)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۸)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) $x^2 - 4x + 1 = 0$ ریشه های معادله $\alpha, \beta \rightarrow S = \alpha + \beta = 4$, $P = \alpha\beta = 1$ $S_{جدید} = 2\alpha + 2\beta = 2S = 2(4) = 8$, $P_{جدید} = 2\alpha \times 2\beta = 4\alpha\beta = 4 \Rightarrow x^2 - 8x + 4 = 0$



ب)

تعداد جواب = ۲

ج) $\frac{f}{g} = \{(1, \frac{2}{3})\} = \{(1, \frac{1}{3})\}$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۱۵، ۲۸ و ۶۹)

پاسخ سؤال ۲: (۵/۱ نمره)

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = \frac{n}{2}(2(3) + (n-1)4) > 150 \Rightarrow n(2n+1) > 150 \Rightarrow n \geq 9 \Rightarrow n \text{ حداقل } = 9$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۶)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

$$\frac{2x}{x-3} + \frac{x+1}{x+4} = \frac{x+1}{x-3} \Rightarrow \frac{x+1}{x+4} = \frac{x+1}{x-3} - \frac{2x}{x-3}$$

$$\frac{x+1}{x+4} = \frac{x+1-2x}{x-3} \Rightarrow \frac{-x+1}{x-3} = \frac{x+1}{x+4} \Rightarrow (x+1)(x-3) = (x+4)(-x+1)$$

$$x^2 - 2x - 3 = -x^2 + \frac{x-4x}{-3x} + 4 \Rightarrow 2x^2 + x - 7 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4(2)(-7) = 57 \quad x_1, x_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{57}}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۸)

پاسخ سؤال ۴: (۵/۱ نمره)

$$a_5 - a_1 = 40 \Rightarrow a_1(q^4 - 1) = 40$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

$$S_7 = 20 \Rightarrow \frac{a_1(1-q^7)}{1-q} = 20 \Rightarrow \frac{-40}{1-q} = 20 \Rightarrow 1-q = -2 \Rightarrow q = 3$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵)

پاسخ سؤال ۵: (۵/۱ نمره)

$$4x^2 - 12x + 1 = 0 \Rightarrow S = -\frac{b}{a} = 3 \quad P = \frac{c}{a} = \frac{1}{4}$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \Rightarrow A^2 = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{S}{P} + \frac{2}{\sqrt{P}} = \frac{3}{\frac{1}{4}} + \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{4}}}$$

$$A^2 = 12 + 4 = 16 \Rightarrow A = \pm 4 \xrightarrow{A>0} A = 4$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۸)

پاسخ سؤال ۶: (۵/۱ نمره)

نقطه (۱، ۲) رأس سهمی است، پس ضابطه آن به صورت زیر است.

$$f(x) = a(x-2)^2 + 1$$

$$(3, 2) \rightarrow 2 = a(3-2)^2 + 1 \Rightarrow 2 = a + 1 \Rightarrow a = 1$$

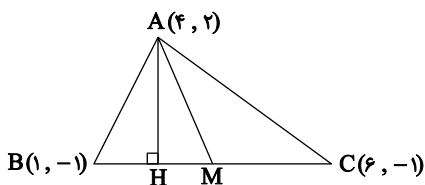
$$f(x) = (x-2)^2 + 1 = x^2 - 4x + 5$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۶)



پاسخ سؤال ۷: (۲ نمره)

$$BC \text{ وسط } M(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}) = (\frac{7}{2}, -1)$$



شیب ضلع BC و در نتیجه شیب AH را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} m_{BC} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{-1 - (-1)}{1 - 6} = 0 \\ BC \perp AH \Rightarrow m_{AH} = \frac{-1}{0} = \text{تعریف نشده} \end{cases}$$

یعنی خط AH موازی محور yها است، پس معادله آن به صورت $x = 4$ است. حال فاصله نقطه M تا خط AH را می یابیم.

$$\begin{cases} x - 4 = 0 \\ M(\frac{7}{2}, -1) \Rightarrow MH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|\frac{7}{2} - 4|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۶)

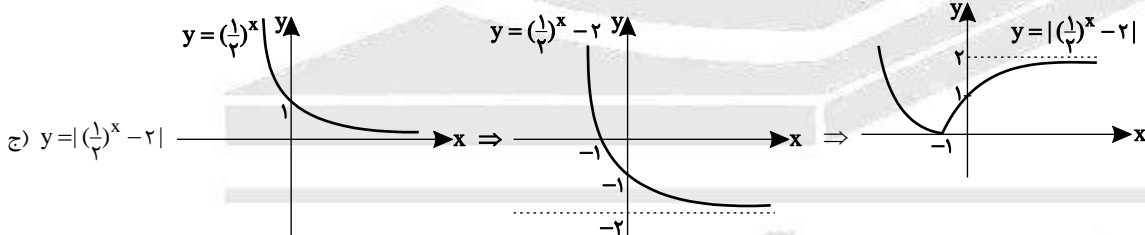
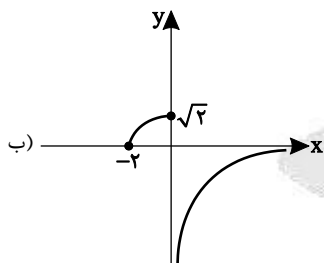
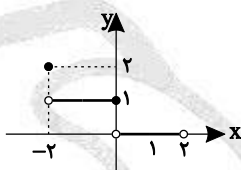
پاسخ سؤال ۸: (۴ نمره)

الف) $y = [\frac{-x}{2}] + 1 \quad x \in [-2, 2] \Rightarrow -2 \leq x < 2 \Rightarrow -1 < \frac{-x}{2} \leq 1$

$-1 < \frac{-x}{2} < 0 \Rightarrow y = -1 + 1 = 0, \quad 0 < x < 2$

$0 \leq \frac{-x}{2} < 1 \Rightarrow y = 0 + 1 = 1, \quad -2 < x \leq 0$

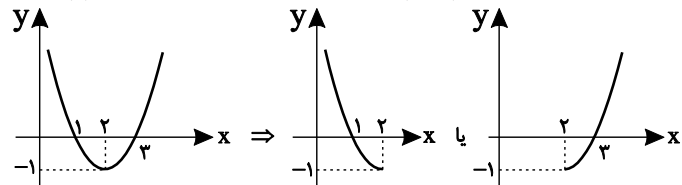
$\frac{-x}{2} = 1 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow y = 2$



(حسابان یازدهم، صفحه های ۲۸ و ۵۳)

پاسخ سؤال ۹: (۲ نمره)

الف) $f(x) = x^2 - 4x + 3 = x^2 - 4x + 4 - 1 = (x - 2)^2 - 1$



تابع در بازه $(-\infty, 2]$ یا $[2, +\infty)$ یک به یک و وارون پذیر است، زیرا در این بازه ها هر خط موازی محور xها نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.

ب) $y = (x - 2)^2 - 1$

$[2, +\infty)$ در بازه $y + 1 = (x - 2)^2 \Rightarrow \sqrt{y + 1} = |x - 2| \xrightarrow{x \geq 2} \sqrt{y + 1} = x - 2$

$\sqrt{y + 1} + 2 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x + 1} + 2$

یا

$(-\infty, 2]$ در بازه $\sqrt{y + 1} = |x - 2| \xrightarrow{x \leq 2} \sqrt{y + 1} = 2 - x \Rightarrow x = 2 - \sqrt{y + 1} \Rightarrow f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x + 1}$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)



پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۲۵ نمره)

$$D_f = (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$$

$$D_g = \{4, 6, 2, 1, 5\}$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{4, 5, 6\} \Rightarrow f(4) = 11, f(5) = 126, f(6) = 111$$

$$f + g = \{(4, 11), (5, 126), (6, 111)\}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۲۵ نمره)

$$\begin{cases} D_f = (-\infty, 4] \\ D_g = \mathbb{R} - \{3\} \end{cases} \quad D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} - \{3\} \mid \frac{2x}{x-3} \in (-\infty, 4]\}$$

$$\frac{2x}{x-3} \leq 4 \Rightarrow \frac{2x}{x-3} - 4 \leq 0 \Rightarrow \frac{2x - 4x + 12}{x-3} \leq 0$$

$$\frac{-2x + 12}{x-3} \leq 0 \quad \begin{array}{c|ccc} & 3 & 6 & \\ \hline & - & + & - \\ \hline & \text{شک} & & \end{array} \quad x < 3 \cup x \geq 6 \quad (I)$$

$$(I) \cap (\mathbb{R} - \{3\}) \Rightarrow D_{f \circ g} = (-\infty, 3) \cup [6, +\infty)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۸)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

$$\text{الف)} \quad 3^{x^2-4x} > \frac{1}{27} \Rightarrow 3^{x^2-4x} > 3^{-3} \Rightarrow x^2 - 4x > -3$$

$$x^2 - 4x + 3 > 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) > 0 \quad \begin{array}{c|cc} & 1 & 3 \\ \hline & + & - \\ \hline & - & + \end{array} \quad (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$$

$$\text{ب)} \quad (\sqrt{6} - \sqrt{5})^{x^2+1} > (\sqrt{6} + \sqrt{5})^{-2x^2+3}$$

$$\sqrt{6} + \sqrt{5} = \frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{5}} \quad \text{پس می نویسیم: } (\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5}) = 1$$

$$(\sqrt{6} - \sqrt{5})^{x^2+1} > (\frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{5}})^{-2x^2+3}$$

$$(\sqrt{6} - \sqrt{5})^{x^2+1} > (\sqrt{6} - \sqrt{5})^{2x^2-3} \xrightarrow[\text{جهت نامساوی عوض می شود.}]{0 < \sqrt{6} - \sqrt{5} < 1} x^2 + 1 < 2x^2 - 3 \Rightarrow x^2 > 4 \Rightarrow x > 2 \cup x < -2$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۸)



باسمه تعالی

پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

پاسخنامه درس: حسابان (سری ۲)

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۳

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

ج) نادرست

ب) درست

الف) درست

ه) نادرست

د) نادرست

(حسابان یازدهم، صفحه های ۲، ۲۸، ۳۸، ۴۱، ۵۱ و ۵۴)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

د) $\mathbb{R} - [\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$

ج) چهارم

ب) $x < 0$

الف) ۲

(حسابان یازدهم، صفحه ۴)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۷۵ نمره)

۹۹، ...، ۱۵، ۱۲: دنباله

$$\begin{cases} d = 3 \\ a_1 = 12 \end{cases}; a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 99$$

$$\Rightarrow 99 = 12 + (n-1) \times 3 \Rightarrow n-1 = \frac{99-12}{3} \Rightarrow n-1 = 27 \Rightarrow n = 28$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{28} = \frac{28}{2}(12 + 99) = 14 \times 111 = 1554$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۴)

پاسخ سؤال ۴: (۲ نمره)

رأس سهمی نقطه (۳، ۱) است، پس ضابطه سهمی به صورت زیر است:

$$f(x) = a(x-h)^2 + k \Rightarrow y = a(x-3)^2 + 1$$

$$(0, 2) \in f \Rightarrow a + 1 = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow y = (x-3)^2 + 1$$

$$-(x-3)^2 + 1 = 2 \Rightarrow (x-3)^2 = -1 \Rightarrow x-3 = \pm i \Rightarrow x = 3 \pm i$$

$$A(0, 2), B(3, 1) \Rightarrow AB = |2-0| = 2$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۱۴ و ۳۰)

پاسخ سؤال ۵: (۲/۵ نمره)

$$x^2 + 3x - 8 = \sqrt{x^2 + 3x - 6} \xrightarrow{\text{تغییر متغیر}} x^2 + 3x - 8 = t \Rightarrow t = \sqrt{t+2} \Rightarrow t^2 = t+2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=-1 \end{cases}$$

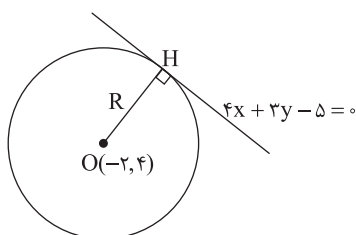
$$x^2 + 3x - 8 = 2 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{ب) } 2^{2(2x-1)} > 2^{-9} \Rightarrow 8x - 4 > -9 \Rightarrow 8x > -5 \Rightarrow x > -\frac{5}{8}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۲۲ و ۷۸)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۲۵ نمره)

با توجه به شکل مقابل داریم:



$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} : \text{فاصله نقطه از خط}$$

$$R = \frac{|-8 + 12 - 5|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{1}{5}$$

$$S = \pi R^2 = \frac{\pi}{25}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۳)



پاسخ سؤال ۷: (۱/۲۵ نمره)

$$f(x) = \begin{cases} b & x = 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x - a} & x \neq 1 \end{cases} \quad g(x) = x + c$$

در تابع f برای $x \neq 1$ ضابطه تابع به صورت $y = \frac{x^2 - 1}{x - a}$ است، پس $x = 1$ ریشه مخرج است.

$$\begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - a} \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow 1 - a = 0 \Rightarrow a = 1$$

ریشه مخرج $x = 1$

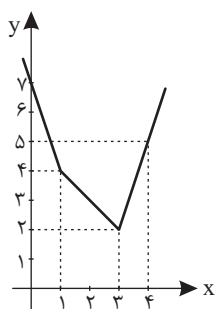
تابع f را ساده کرده و داریم:

$$f(x) = \begin{cases} b & x = 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x - 1} & x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} b & x = 1 \\ x + 1 & x \neq 1 \end{cases} \quad g(x) = x + c$$

$$x \neq 1 \Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow x + 1 = x + c \Rightarrow c = 1 ; \begin{cases} f(1) = b \\ g(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow b = 2$$

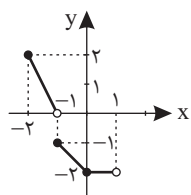
(حسابان یازدهم، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۸: (۲/۲۵ نمره)



الف) $g(x) = |x - 1| + 2|x - 3|$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = 7 \end{cases}$$



ب) $f(x) = [x]x - 2 ; -2 \leq x < 1$

$$-2 \leq x < -1 : y = -2x - 2$$

$$-1 \leq x < 0 : y = -x - 2$$

$$0 \leq x < 1 : y = -2$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۳)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

الف) $3 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow D_f = (-\infty, 3]$

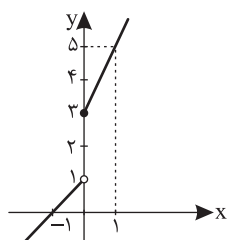
$$x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{1\}$$

ب) $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in (-\infty, 3] \mid \sqrt{3-x} \in \mathbb{R} - \{1\}\} \Rightarrow \sqrt{3-x} \neq 1 \Rightarrow x \neq 2$

ج) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{3-x}) = \frac{2\sqrt{3-x}}{\sqrt{3-x}-1}$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۴۲ و ۴۸)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)



$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x \geq 0 ; y \geq 3 \\ x + 1 & x < 0 ; y < 1 \end{cases}$$

$$f(x) = 2x + 3 \Rightarrow x = \frac{y-3}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2} ; x \geq 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{2} & x \geq 3 \\ x-1 & x < 1 \end{cases}$$

$$f(x) = x + 1 \Rightarrow x = y - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = x - 1 ; x < 1$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۲)



پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۲۵ نمره)

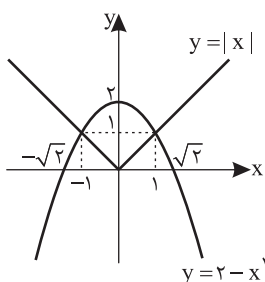
$$f(x) = \frac{x+1}{2x-4}; \quad fog(x) = x^2 - 4 \quad g(x) = ?$$

$$f(g(x)) = \frac{g+1}{2g-4} = x^2 - 4 \Rightarrow g+1 = (x^2 - 4)(2g - 4) \Rightarrow g+1 = 2x^2g - 4x^2 - 8g + 16$$

$$2x^2g - 9g = 4x^2 - 15 \Rightarrow g(2x^2 - 9) = 4x^2 - 15 \Rightarrow g(x) = \frac{4x^2 - 15}{2x^2 - 9}$$

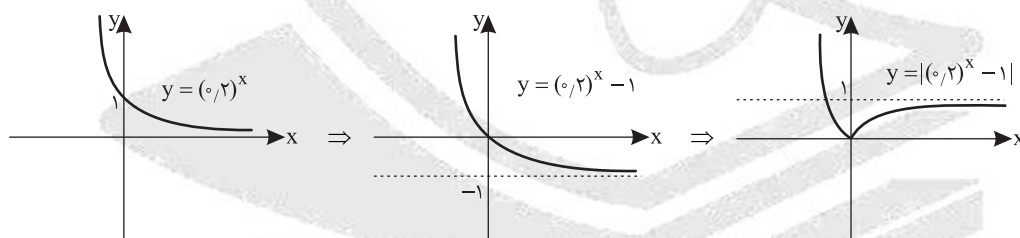
(حسابان یازدهم، صفحه ۶۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

جوابهای معادله، طول نقاط برخورد دو منحنی $y = 2 - x^2$ و $y = |x|$ است.با توجه به شکل، نقاط برخورد دو منحنی نقاط $x = \pm 1$ است.

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۴)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

چون $0 < 0.2 < 1$ نمودار $y = (0.2)^x$ کاهشی است و داریم:

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۶)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

$$\text{الف) } -5 \quad \text{ب) } D_f = (-2, 2) \quad \text{ج) } \frac{3}{2} \quad \text{د) } -\frac{1}{2}$$

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

$$a_1 + a_{2r} = 120 \Rightarrow a_1 + 7d + a_1 + 22d = 120 \Rightarrow 2a_1 + 29d = 120$$

$$S_{2r} = \frac{2r}{2} (2a_1 + 29d) = \frac{2r}{2} \times 120 = r \times 60 = 1800$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

$$-3, x, y, 24, \dots \quad a_1 = -3, a_4 = 24$$

$$a_1 q^3 = 24 \Rightarrow -3q^3 = 24 \Rightarrow q^3 = -8 \Rightarrow q = -2$$

$$\frac{S_4}{a_1} = \frac{a_1(1-q^4)}{1-q} = \frac{1-q^4}{q^3(1-q)} = \frac{1-(-2)^4}{(-2)^3(1+2)} = \frac{1-16}{-8 \times 3} = \frac{-15}{-24} = \frac{5}{8}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} = 3 \Rightarrow (\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x})^2 = 3^2$$

$$\Rightarrow (x+3) + (2-x) + 2\sqrt{x+3}\sqrt{2-x} = 9 \Rightarrow 5 + 2\sqrt{(x+3)(2-x)} = 9$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{(x+3)(2-x)} = 4 \Rightarrow \sqrt{6-x-x^2} = 2 \Rightarrow 6-x-x^2 = 4 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ قق} \\ x=-2 \text{ قق} \end{cases} \quad \text{هر دو پاسخ در معادله صدق می کنند.}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$2x^2 + (m-1)x - 3 = 0 \quad S = \alpha + \beta = -\frac{m-1}{2} = \frac{1-m}{2}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{-3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 3 \Rightarrow \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = 3 \Rightarrow \frac{\frac{1-m}{2}}{\frac{-3}{2}} = 3 \Rightarrow \frac{m-1}{3} = 3$$

$$\Rightarrow m-1=9 \Rightarrow m=10 \Rightarrow 2x^2 + 9x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$$

پس $m=10$ قابل قبول است.

(حسابان یازدهم، صفحه ۸)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$y = a(x+1)(x-3)$$

طول رأس سهمی میانگین $x = -1$ و $x = 3$ است، پس:

$$x = \frac{-1+3}{2} = 1 \Rightarrow \text{رأس } (1, -4) \Rightarrow -4 = a(1+1)(1-3)$$

$$\Rightarrow -4 = a(-4) \Rightarrow a=1 \Rightarrow y = (x+1)(x-3) = x^2 - 2x - 3$$

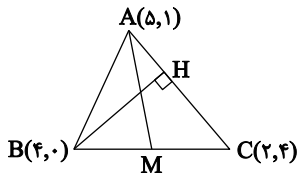
(حسابان یازدهم، صفحه ۱۱)



پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

شکل فرضی مقابل را در نظر بگیرید.

(الف)



$$M = \frac{B+C}{2} \Rightarrow M\left(\frac{4+2}{2}, \frac{0+4}{2}\right) \Rightarrow M(3,2)$$

$$AM = \sqrt{(5-3)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

(ب)

$$m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{4-1}{2-5} = -1 \Rightarrow m_{BH} = 1, B(4,0) \Rightarrow y-0 = 1(x-4) \Rightarrow y = x-4$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$|x^2 - 1| = |x+1| \Rightarrow x^2 - 1 = \pm(x+1)$$

$$x^2 - 1 = x+1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x=2, x=-1$$

$$x^2 - 1 = -x-1 \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow x=0, x=-1$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۶)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

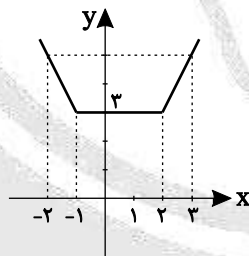
$$f(x) = |x+1| + |x-2|$$

$$x < -1 \Rightarrow f(x) = -(x+1) - (x-2) = -2x+1$$

$$-1 \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = x+1 - (x-2) = 3$$

$$x \geq 2 \Rightarrow f(x) = x+1 + x-2 = 2x-1$$

$$f(x) = \begin{cases} -2x+1 & x < -1 \\ 3 & -1 \leq x < 2 \\ 2x-1 & x \geq 2 \end{cases}$$



(حسابان یازدهم، صفحه ۲۴)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۲۵ نمره)

$$f(x) = (x-1)\sqrt{1-x} \Rightarrow 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \Rightarrow D_f = (-\infty, 1]$$

$$g(x) = \sqrt{(1-x)^3} \Rightarrow (1-x)^3 \geq 0 \Rightarrow 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \Rightarrow D_g = (-\infty, 1]$$

$$D_f = D_g = (-\infty, 1]$$

$$g(x) = \sqrt{(1-x)^3} = \sqrt{(1-x)^2(1-x)} = |1-x|\sqrt{1-x} \xrightarrow{x \leq 1} g(x) = (1-x)\sqrt{1-x} \neq f(x)$$

f و g برابر نیستند.

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۴۱ و ۴۷)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

$$f(x) = 2x - [x] \quad -2 \leq x < 2$$

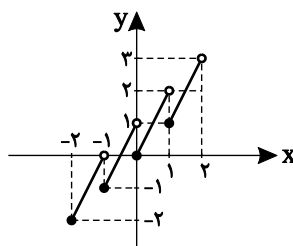
$$-2 \leq x < -1 \Rightarrow f(x) = 2x + 2 \quad \begin{matrix} -2 \\ -2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} -1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = 2x + 1 \quad \begin{matrix} -1 \\ -1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = 2x \quad \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 1 \quad \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۱)





پاسخ سؤال ۱۲: (۰/۷۵ نمره)

$$f(x) = 3 - \sqrt{x-4} \Rightarrow f(8) = 3 - \sqrt{4} = 1$$

$$f^{-1}(-1) = a \Rightarrow f(a) = -1 \Rightarrow 3 - \sqrt{a-4} = -1 \Rightarrow \sqrt{a-4} = 4$$

$$a-4=16 \Rightarrow a=20 \Rightarrow f^{-1}(-1)=20$$

$$f(8) - 2f^{-1}(-1) = 1 - 2 \times 20 = 1 - 40 = -39$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۷)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۲۵ نمره)

$$f(x) = \frac{1}{x}, D_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$g(x) = \sqrt{x-2} \Rightarrow x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow D_g = [2, +\infty)$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \neq 0 \mid f(x) \geq 2\}$$

$$\frac{1}{x} \geq 2 \Rightarrow \frac{1-2x}{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{1-2x} \Big|_{-\infty}^{\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{2}}{-} \Rightarrow 0 < x \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow D_{g \circ f} = (0, \frac{1}{2}], (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\frac{1}{x}) = \sqrt{\frac{1}{x} - 2} = \sqrt{\frac{1-2x}{x}}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۶۷ و ۶۸)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱ نمره)

$$f(x) = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$g(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x+5}} \Rightarrow x+5 > 0 \Rightarrow x > -5 \Rightarrow D_g = (-5, +\infty)$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow x-4=0 \Rightarrow x=4$$

$$D_{f \circ g} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = (-5, +\infty) - \{-1, 4\}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۶۴ و ۶۵)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۲۵ نمره)

$$f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \Rightarrow D_f = [1, +\infty)$$

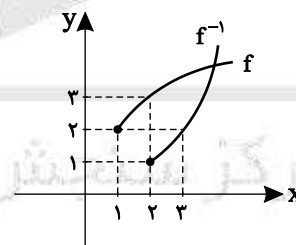
$$\sqrt{x-1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x-1} + 2 \geq 2 \Rightarrow f(x) \geq 2 \Rightarrow R_f = [2, +\infty)$$

$$y = \sqrt{x-1} + 2 \Rightarrow \sqrt{x-1} = y-2 \Rightarrow x-1 = (y-2)^2 = y^2 - 4y + 4$$

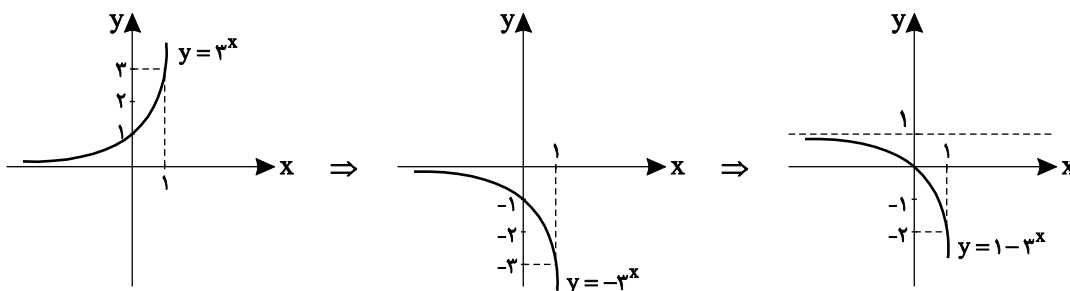
$$\Rightarrow x = y^2 - 4y + 5 \Rightarrow y = f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 5, D_{f^{-1}} = [2, +\infty)$$

$$R_{f^{-1}} = [1, +\infty)$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۵۹ و ۶۱)



پاسخ سؤال ۱۶: (۱ نمره)



(حسابان یازدهم، صفحه ۷۴)



صفحه ۴ از ۴

باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۱

س ل م
مجموعه مدارس سلام

پاسخنامه درس: حسابان

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

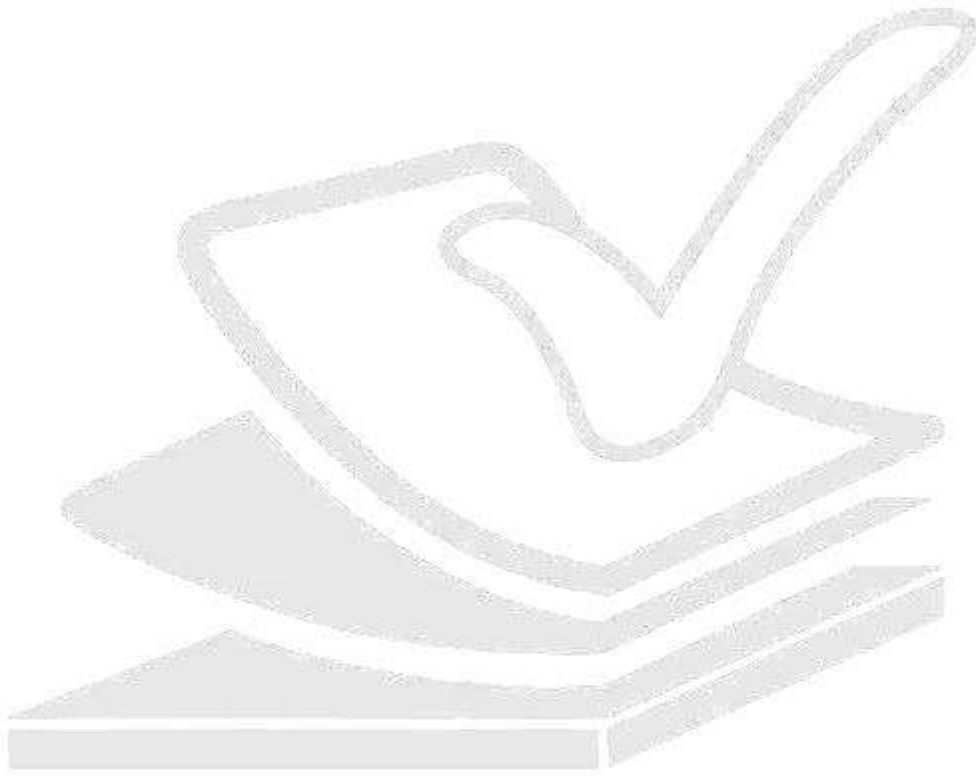
پاسخ سؤال ۱۷: (۱ نمره)

$$2^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{(2^2)^x} \leq (2^2)^{x-1} \Rightarrow 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{-2x} \leq 2^{3x-2}$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{1}{2}-2x} \leq 2^{3x-2} \Rightarrow \frac{1}{2} - 2x \leq 3x - 2 \Rightarrow \frac{1}{2} + 2 \leq 3x + 2x$$

$$\Rightarrow 5x \geq \frac{5}{2} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۸)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



پاسخ سؤال ۱: (۱ نمره)

$$S_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2} \Rightarrow \frac{n(4 + (n-1)4)}{2} > 200$$

حداقل ۱۱ جمله باید جمع کنیم. $4n^2 > 400 \Rightarrow n^2 > 100 \Rightarrow n > 10 \Rightarrow$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

$$S_0 = 33S_5 \Rightarrow \frac{a(1-q^1)}{1-q} = 33 \times \frac{a(1-q^5)}{1-q}$$

$$1-q^1 = 33(1-q^5) \Rightarrow (1+q^5)(1-q^5) = 33(1-q^5)$$

$$1+q^5 = 33 \Rightarrow q^5 = 32 \Rightarrow q = 2$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

طرفین معادله را بر ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$x^2 - 4x + \frac{m}{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 4 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{m}{2} \end{cases}$$

$$\alpha = \beta + 2$$

$$\alpha + \beta = 2\beta + 2 = 4 \Rightarrow \beta = 1, \alpha = 3$$

$$\alpha\beta = 3 \Rightarrow \frac{m}{2} = 3 \Rightarrow m = 6$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۸)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$(x^2-1)^2 + (x^2-1) - 2 = 0 \quad (x^2-1) = t \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0$$

$$(t+2)(t-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -2 \Rightarrow x^2 - 1 = -2 \Rightarrow x^2 = -1 \text{ غ.ق.} \\ t = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۰ و ۱۵)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

اگر زمان فرد A را x در نظر بگیریم، زمان فرد B برابر $(x+10)$ خواهد بود، لذا:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12} \xrightarrow{\text{ضرب جملات در } 12x(x+10)} 12(x+10) + 12x = x(x+10)$$

$$\Rightarrow 12x + 120 + 12x = x^2 + 10x \Rightarrow \underbrace{x^2 - 14x - 120}_{\text{تجزیه}} = 0 \Rightarrow (x-20)(x+6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 20 = 0 \Rightarrow x = 20 \text{ (ق.ق)} \\ x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6 \text{ (غ.ق.ق)} \end{cases}$$

پس زمان شخص B هم برابر است با:

$$x + 10 = 20 + 10 = 30 \text{ (ساعت)}$$

تذکر: در ابتدای حل مسئله، می‌توانستید زمان فرد B را x و زمان فرد A را $(x-10)$ فرض کنید.

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)



پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$\frac{1}{x} + \frac{x}{x-3} = \frac{x-5}{x^2-9} \xrightarrow{\times x(x^2-9)} x^2 - 9 + x^2(x+3) = x(x-5)$$

$$\Rightarrow x^2 - 9 + x^2 + 3x^2 = x^2 - 5x \Rightarrow x^2 + 3x^2 + 5x - 9 = 0$$

$x=1$ در معادله فوق صدق می‌کند. معادله را بر $x-1$ تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x^2 + 5x - 9 \\ -(x^2 - x^2) \\ \hline 4x^2 + 5x - 9 \\ -(4x^2 - 4x) \\ \hline 9x - 9 \\ -(9x - 9) \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} x-1 \\ x^2 + 4x + 9 \\ \hline (x-1)(x^2 + 4x + 9) = 0 \\ x=1, x^2 + 4x + 9 = 0 \\ \Delta = 16 - 36 = -20 < 0. \text{ ریشه ندارد.} \end{array}$$

پس $x=1$ تنها ریشه معادله است.

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۳ و ۱۸)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$|x-1| + |x+2| = 7$$

x	-2	1
$x-1$	$-$	$-$
$x+2$	$-$	$+$

$$x \geq 1 \Rightarrow x-1+x+2=7 \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3 \text{ قق}$$

$$-2 \leq x < 1 \Rightarrow -x+1+x+2=7 \Rightarrow 3=7 \text{ غقق}$$

$$x < -2 \Rightarrow -x+1-x-2=7 \Rightarrow -2x=8 \Rightarrow x=-4 \text{ قق}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۸)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$m_{BC} = \frac{4+2}{-2-1} = -2 \xrightarrow{C(1,-2)} y+2 = -2(x-1) \Rightarrow y = -2x$$

معادله ضلع BC را می‌یابیم:

خط AH بر BC عمود است پس شیب AH قرینه و معکوس شیب BC است.

$$m_{AH} = \frac{1}{2} \xrightarrow{A(3,5)} y-5 = \frac{1}{2}(x-3) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$

$$H \text{ مختصات} \Rightarrow \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} = -2x \Rightarrow \frac{5}{2}x = -\frac{7}{2} \Rightarrow x = -\frac{7}{5} \Rightarrow y = \frac{14}{5} \Rightarrow H = (-\frac{7}{5}, \frac{14}{5})$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

نقطه M را روی خط $y=2x$ در نظر می‌گیریم:

$$M \begin{vmatrix} x \\ 2x \end{vmatrix} : MO + MA = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + (2x)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (2x-4)^2} = 5 \Rightarrow \sqrt{5x^2} + \sqrt{5(x-2)^2} = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{5}|x| + \sqrt{5}|x-2| = 5 \Rightarrow |x| + |x-2| = \sqrt{5}$$

$$\text{قق } x < 0: -x - x + 2 = \sqrt{5} \Rightarrow 2x = 2 - \sqrt{5} \Rightarrow x = 1 - \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{قق } x > 2: x + x - 2 = \sqrt{5} \Rightarrow 2x = 2 + \sqrt{5} \Rightarrow x = 1 + \frac{\sqrt{5}}{2}$$

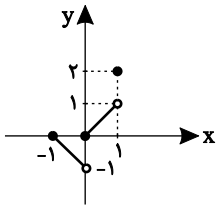
$$\text{غیر ممکن است } 0 \leq x \leq 2: x - x + 2 = \sqrt{5} \Rightarrow 2 = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow M \begin{vmatrix} 1 - \frac{\sqrt{5}}{2} \\ 2 - \sqrt{5} \end{vmatrix} \text{ یا } M \begin{vmatrix} 1 + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ 2 + \sqrt{5} \end{vmatrix}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۶)



پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)



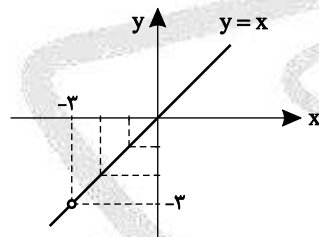
(حسابان یازدهم، صفحه ۵۱)

$$\begin{aligned} -1 \leq x < 0 & \xrightarrow{[x] = -1} y = -x - 1 & \begin{array}{c|c} x & -1 \\ \hline y & 0 \end{array} \\ 0 \leq x < 1 & \xrightarrow{[x] = 0} y = x & \begin{array}{c|c} x & 0 \\ \hline y & 1 \end{array} \\ x = 1 & \xrightarrow{[x] = 1} y = 1 + 1 = 2 & \begin{array}{c|c} x & 1 \\ \hline y & 2 \end{array} \end{aligned}$$

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

$$f(x) = x \quad (x \neq -3) \Rightarrow \frac{x^2 + ax + a - 3}{x + 3} = x \Rightarrow x^2 + ax + a - 3 = x^2 + 3x \Rightarrow ax + a - 3 = 3x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$



$$D = \mathbb{R} - \{-3\}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۴۴)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

یک تابع خطی است که از نقاط $A(-1, 0)$ و $B(0, 2)$ می‌گذرد:

$$f(x) = ax + b$$

$$A(0, 2) \Rightarrow a(0) + b = 2 \Rightarrow b = 2$$

$$B(-1, 0) \Rightarrow a(-1) + b = 0 \xrightarrow{b=2} a = 2$$

$$f(x) = 2x + 2$$

چون تابع در $x = -1$ و $x = 0$ توخالی و تعریف نشده است، بنابراین در $x + 1$ و x ضرب و تقسیم می‌کنیم.

$$y = \frac{x(x+1)(2x+2)}{x(x+1)} \Rightarrow y = \frac{2x(x+1)^2}{x(x+1)} = \frac{2x(x^2+2x+1)}{x^2+x} = \frac{2x^3+4x^2+2x}{x^2+x}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۴۴)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

$$\begin{aligned} A(3, 0) & \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 0}{0 - 3} = \frac{2}{3} \\ B(0, -2) & \end{aligned}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y + 2 = \frac{2}{3}(x - 0)$$

$$y = \frac{2}{3}x - 2 \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x - 2$$

$$f(-1) = \frac{2}{3}(-1) - 2 = -\frac{2}{3} - 2 = -\frac{8}{3}$$

$$f^{-1}(1) = a \Rightarrow f(a) = 1 \Rightarrow \frac{2}{3}a - 2 = 1 \Rightarrow \frac{2}{3}a = 3 \Rightarrow a = \frac{9}{2}$$

$$\frac{1 + f^{-1}(1)}{1 - f(-1)} = \frac{1 + \frac{9}{2}}{1 - (-\frac{8}{3})} = \frac{\frac{11}{2}}{\frac{11}{3}} = \frac{3}{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۷)



پاسخ سؤال ۱۴: (۱ نمره)

$$f(x) = 8 - 2x \Rightarrow y = 8 - 2x \Rightarrow 2x = 8 - y \xrightarrow{\div 2} x = 4 - \frac{y}{2} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = 4 - \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{8-x}{2}$$

$$h(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{8-x}} = \sqrt{\frac{4x+2}{8-x}} \Rightarrow \frac{4x+2}{8-x} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ x = 8 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{4} \leq x < 8$$

$$\Rightarrow D_h = [-\frac{1}{4}, 8)$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۴۷ و ۵۷)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱ نمره)

$$D_f = \mathbb{R} \quad 4 - x^2 \geq 0 \quad D_g = [-2, 2]$$

$$f \circ g(x) = \sqrt{(\sqrt{4-x^2})^2 + 5} = \sqrt{9-x^2}$$

$$D_{f \circ g}(x) = \{x \in D_g \mid g \in D_f\} = \{x \in [-2, 2] \mid \sqrt{4-x^2} \in \mathbb{R}\} = [-2, 2]$$

$$g \circ f(x) = \sqrt{4 - (\sqrt{x^2 + 5})^2} = \sqrt{4 - x^2 - 5} = \sqrt{-x^2 - 1}$$

$$D_{g \circ f}(x) = \{x \in D_f \mid f \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x^2 + 5} \in [-2, 2]\} = \emptyset$$

چون اگر $2 \leq \sqrt{x^2 + 5} \leq 2$ آنگاه $4 \leq x^2 + 5 < 4$ که درست نمی باشد.

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۹)

پاسخ سؤال ۱۶: (۱ نمره)

$$f(1) = 4 \Rightarrow a + b = 4$$

$$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = 2a + b + 4 + 7 = 17 \Rightarrow 2a + b = 6$$

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ 2a + b = 6 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 2$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۶۴ و ۶۵)

پاسخ سؤال ۱۷: (۱ نمره)

$$\left. \begin{aligned} f(0) = 3 &\Rightarrow c = 3 \\ f(1) = 0 &\Rightarrow 0 = a + b + 3 \\ f(2) = 3 &\Rightarrow 3 = 4a + 2b + 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a + b = -3 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -6 \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۱)

پاسخ سؤال ۱۸: (۱ نمره)

مساوی نیستند. زیرا دامنه ها برابر نیستند.

$$x^2 - 5x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \text{ یا } x \geq 5 \Rightarrow D_f = (-\infty, 0] \cup [5, +\infty)$$

$$\left. \begin{aligned} x &\geq 0 \\ x - 5 &\geq 0 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \geq 5 \Rightarrow D_g = [5, +\infty)$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۴۱ و ۴۷)

پاسخ سؤال ۱۹: (۱ نمره)

(الف)

$$\begin{cases} 1 - 2a > 0 \Rightarrow -2a > -1 \Rightarrow a < \frac{1}{2} \Rightarrow a \in (-\infty, \frac{1}{2}) - \{0\} \\ 1 - 2a \neq 1 \Rightarrow -2a \neq 0 \Rightarrow a \neq 0 \end{cases}$$

(ب)



باسمه تعالی

پاسخنامه پیش آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

س ل م

مجموعه مدارس سلام

پاسخنامه درس: حسابان

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۵ از ۵

$$1 - 2a > 1 \Rightarrow -2a > 0 \Rightarrow a < 0$$

(ج)

$$0 < 1 - 2a < 1 \xrightarrow{-1} -1 < -2a < 0 \xrightarrow{\div(-2)} 0 < a < \frac{1}{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۵)

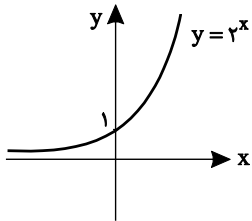
پاسخ سؤال ۲۰: (۱ نمره)

(الف)

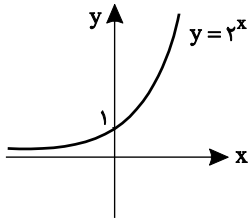
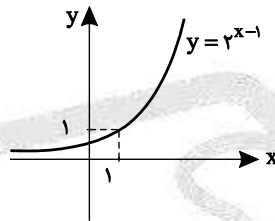
$$2^{4x-2} > \frac{1}{2^0} \Rightarrow 2^{4x-2} > 2^{-1} \Rightarrow 4x-2 > -1$$

$$4x > -1 \Rightarrow x > -\frac{1}{4}$$

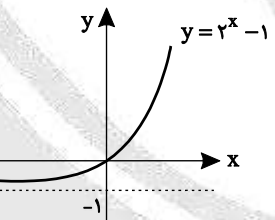
(ب)



\Rightarrow



\Rightarrow



(حسابان یازدهم، صفحه ۷۸)

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) نادرست

ب) درست

ج) نادرست

د) نادرست

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۲۱، ۳۳، ۴۲ و ۶۱)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

۳، ۶، ...، ۹۹

$$99 = 3 + (n-1)3 \Rightarrow n = 33 \Rightarrow S_{33} = \frac{33}{2}(99+3) = 1683$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶)

پاسخ سؤال ۳: (۵/۱ نمره)

$$\left. \begin{aligned} a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{19} &= 135 \\ a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{20} &= 150 \end{aligned} \right\} -$$

$$d + d + \dots + d = 15 \Rightarrow 10d = 15 \Rightarrow d = \frac{3}{2}$$

$$10a_1 + 90d = 135 \Rightarrow 2a_1 + 18d = 27 \xrightarrow{d=\frac{3}{2}} 2a_1 + 18\left(\frac{3}{2}\right) = 27$$

$$2a_1 + 27 = 27 \Rightarrow a_1 = 0$$

روش دوم برای محاسبه a_1 :

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow 135 + 150 = \frac{20}{2}[2a_1 + 19\left(\frac{3}{2}\right)]$$

$$\Rightarrow 285 = 20a_1 + 285 \Rightarrow 2a_1 = 0 \Rightarrow a_1 = 0$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶)

پاسخ سؤال ۴: (۳/۵ نمره)

$$\text{الف) } (3x^2 - 1)^2 - 13(3x^2 - 1) + 22 = 0 \xrightarrow{3x^2 - 1 = t} t^2 - 13t + 22 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 11 \end{cases}$$

$$3x^2 - 1 = 11 \Rightarrow 3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$3x^2 - 1 = 2 \Rightarrow 3x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\text{ب) } \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3 - x \Rightarrow |x - 2| = 3 - x \xrightarrow{x \leq 2} x - 2 = 3 - x \Rightarrow x = \frac{5}{2} \checkmark$$

غقق $x - 2 = -3 + x$

$$\text{ج) } 2^{-2x-1} + 4\left(\frac{1}{4}\right)^x - 72 = 0$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x \times \frac{1}{2} + 4\left(\frac{1}{4}\right)^x = 72 \Rightarrow 4^{-x}\left(\frac{1}{2} + 4\right) = 72 \Rightarrow 4^{-x} = 16 \Rightarrow 4^{-x} = 4^2 \Rightarrow x = -2$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۵)

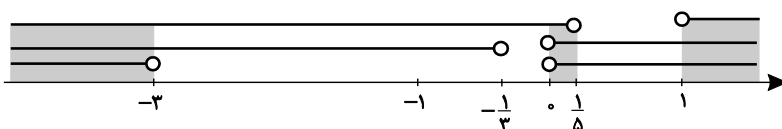
پاسخ سؤال ۵: (۵/۱ نمره)

$$1) \Delta > 0 \Rightarrow (3m+1)^2 - 4m(m+3) > 0 \Rightarrow (\Delta m - 1)(m - 1) > 0 \Rightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \cup \\ m < \frac{1}{\Delta} \end{cases} \quad (1)$$

$$2) \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{m+3}{m} > 0 \Rightarrow m > 0 \cup m < -3 \quad (2)$$

$$3) \frac{-b}{a} < 0 \Rightarrow -\frac{3m+1}{m} < 0 \Rightarrow m > 0 \cup m < -\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow m \in (-\infty, -3) \cup \left(\frac{1}{\Delta}, 1\right) \cup (1, +\infty)$$



اشتراک (۱) و (۲) و (۳):

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۲)



پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

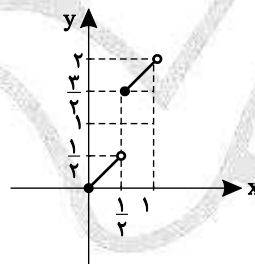
$$\begin{aligned}
 2x - 4y + 3 &= 0 & 4y - 4x - 6 &= 0 & m &= \frac{1}{4} \\
 4y + ax + b &= 0 & 4y + ax + b &= 0 & a &= -4 \\
 \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} &= \frac{|b + 6|}{\sqrt{16 + 16}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} \Rightarrow |b + 6| = 16 \Rightarrow \begin{cases} b + 6 = 16 \Rightarrow b = 10 \\ b + 6 = -16 \Rightarrow b = -22 \end{cases} \\
 a + b &= 6 \quad \text{یا} \quad a + b = -26 \\
 & \text{(حسابان یازدهم، صفحه ۳۵)}
 \end{aligned}$$

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned}
 BC \text{ معادله خط } m &= \frac{y - 4}{x - 3} \Rightarrow m = -3 \Rightarrow y = -3x + 13 \Rightarrow y + 3x - 13 = 0 \\
 AH &= \frac{|y + 3x - 13|}{\sqrt{1 + 9}} = \frac{4}{\sqrt{10}} = \frac{4\sqrt{10}}{10} \\
 & \text{(حسابان یازدهم، صفحه ۳۵)}
 \end{aligned}$$

پاسخ سؤال ۸: (۲/۲۵ نمره)
(الف)

$$\begin{aligned}
 f(x) &= [2x] + x \quad 0 \leq x < 1 \Rightarrow 0 \leq 2x < 2 \\
 0 \leq 2x < 1 &\Rightarrow [2x] = 0 \Rightarrow y = x \Rightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2} \\
 1 \leq 2x < 2 &\Rightarrow [2x] = 1 \Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x < 1
 \end{aligned}$$



(ب)



(حسابان یازدهم، صفحه های ۵۳ و ۷۸)

پاسخ سؤال ۹: (۰/۷۵ نمره)

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \sqrt{x} \sqrt{x-3} & x \geq 0 \cap x \geq 3 &\Rightarrow x \geq 3 & D_f &= [3, +\infty) \\
 g(x) &= \sqrt{x^2 - 3x} & x^2 - 3x \geq 0 &\Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c} + & 0 & - & + \end{array} & D_g &= (-\infty, 0] \cup [3, +\infty)
 \end{aligned}$$

چون دامنه ها با هم برابر نیستند پس دو تابع برابر نیستند.

(حسابان یازدهم، صفحه های ۴۱ و ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۲۵ نمره)

$$\begin{aligned}
 g(x) &= f(x) + \sqrt{f(x)} & g^{-1}(6) &= k \Rightarrow g(k) = 6 \Rightarrow 6 = f(k) + \sqrt{f(k)} \Rightarrow f(k) = 4 \Rightarrow k = f^{-1}(4) \\
 f^{-1}(x) &= \sqrt[3]{2x} \xrightarrow{x=4} f^{-1}(4) = \sqrt[3]{8} = 2 \\
 & \text{(حسابان یازدهم، صفحه ۵۷)}
 \end{aligned}$$

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۲۵ نمره)
(الف)

$$\begin{aligned}
 f &= \{(-2, 2), (m, 3), (-1, 3), (2m, a)\} \Rightarrow m = -1 \\
 f &= \{(-2, 2), (-1, 3), (-2, a)\} \Rightarrow a = 2
 \end{aligned}$$

(ب)

$$\begin{aligned}
 y &= -\sqrt{x+2} + 3 \Rightarrow \sqrt{x+2} = 3 - y \xrightarrow{\substack{3-y \geq 0 \\ x+2 \geq 0}} (x+2) = (3-y)^2 \\
 x &= (3-y)^2 - 2 \\
 f^{-1}: y &= (3-x)^2 - 2, x \leq 3 \\
 & \text{(حسابان یازدهم، صفحه های ۵۵ و ۵۷)}
 \end{aligned}$$



باسمه تعالی

پاسخنامه پیش آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

س ل م
مجموعه مدارس سلام

پاسخنامه درس: حسابان

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۳ از ۳

پاسخ سؤال ۱۲: (۳ نمره)

(الف)

$$f(x) = \sqrt{x-5}$$

$$g(x) = \frac{1}{x^2 - 4x}$$

$$D_f : x \geq 5$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{0, 4\}$$

$$D_{g \circ f} = D_{g(f(x))} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = (5, +\infty) - \{21\}$$

$$\sqrt{x-5} \neq 0 \Rightarrow x \neq 5$$

$$\sqrt{x-5} \neq 4 \Rightarrow x-5 \neq 16 \Rightarrow x \neq 21$$

$$f = \{(-1, 1), (2, 4), (3, -1), (4, 0)\}$$

$$g = \{(2, -1), (5, 3), (4, 2), (-1, 6)\}$$

$$g^{-1} = \{(2, 1), (5, 9), (4, 4), (-1, 36)\}$$

$$f^{-1} = \{(1, -1), (4, 2), (-1, 3), (0, 4)\}$$

$$\frac{g^{-1} \circ f^{-1}}{f} = \left\{ \left(\frac{4}{4}, \frac{4-1}{4} \right), (-1, \frac{36-3}{1}) \right\} = \{(-1, 33)\}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۶۴، ۶۵، ۶۷ و ۶۸)

(ب)

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



باسمه تعالی

پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

پاسخنامه درس: حسابان (سری ۱)

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۳

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) درست

(ج) نادرست

(ب) نادرست

(الف) نادرست

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۸، ۳۱، ۴۱ و ۶۹)

پاسخ سؤال ۲: (۲/۵ نمره)

(د) مرکز (۱، ۳) و شعاع $r = 3\sqrt{2}$ (نمره ۰/۵)

(ج) $\mathbb{R} - \{-1, -2\}$ (نمره ۰/۵)

(ب) -7 (نمره ۰/۵)

(الف) $x = 3$ (نمره ۰/۵)

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۲۱، ۳۱، ۵۳ و ۶۹)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

اولین و آخرین عدد دورقمی که باقیمانده تقسیم آنها بر ۷ برابر ۳ است به ترتیب برابر ۱۰ و ۹۴ است.

۹۴، ۲۴، ۱۷، ۱۰، ... دنباله مورد نظر

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 94 = 10 + (n-1)7 \Rightarrow n = 13$$

$$\Rightarrow S_{13} = \frac{13}{2}(a_1 + a_{13}) = \frac{13}{2}(10 + 94) = \frac{13}{2} \times 104 = 13 \times 52 = 676$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۴ و ۶)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

عبارت $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^9$ مجموع ۱۰ جمله اول یک دنباله هندسی با $a_1 = 1$ و $q = 2$ است، پس:

$$a_1 = 1, q = 2, n = 10 \Rightarrow S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_{10} = \frac{a_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{1(1-2^{10})}{1-2} = 2^{10} - 1 = 1023$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

$x = 2$ صفر تابع است، پس $f(2) = 0$ و داریم:

$$f(2) = 0 \Rightarrow 8 + 4a + 14 - 2 = 0 \Rightarrow 4a = -20 \Rightarrow a = -5$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 5x^2 + 7x - 2 & x - 2 \\ \hline -x^3 + 2x^2 & \\ \hline -3x^2 + 7x - 2 & \\ + 3x^2 - 6x & \\ \hline x - 2 & \\ -x + 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$f(x) = (x-2)(x^2 - 3x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x^2 - 3x + 1=0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۳)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$\frac{3x+2x+4}{x(x+2)} = \frac{4x-4}{(x+2)(x-2)} \Rightarrow \frac{5x+4}{x} = \frac{4x-4}{x-2} \Rightarrow 5x^2 - 6x - 8 = 4x^2 - 4x$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ غلط} \\ x = 4 \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۸)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + x - 1 = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1) = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x}-1) \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \sqrt{x}+1 \right) = 0 \Rightarrow \sqrt{x}-1 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$$

توجه کنید که عبارت $\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \sqrt{x}+1$ همواره مثبت است.

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)



پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

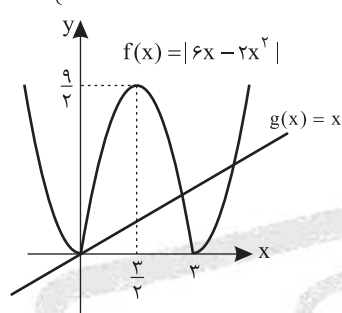
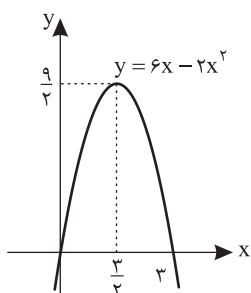
نمودار توابع $f(x) = |6x - 2x^2|$ و $g(x) = x$ را رسم می‌کنیم.

$$y = 6x - 2x^2 = -2x^2 + 6x$$

$$x_{\text{رأس}} = -\frac{6}{2(-2)} = \frac{3}{2}$$

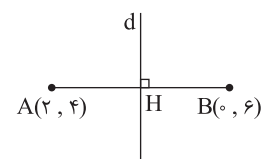
$$y_{\text{رأس}} = -2 \times \frac{9}{4} + \frac{18}{2} = -\frac{9}{2} + 9 = \frac{9}{2}$$

$$y = 0 \Rightarrow -2x^2 + 6x = 0 \Rightarrow -2x(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

نمودار توابع f و g ، در ۳ نقطه متقاطع‌اند، پس معادله، ۳ جواب دارد.

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)



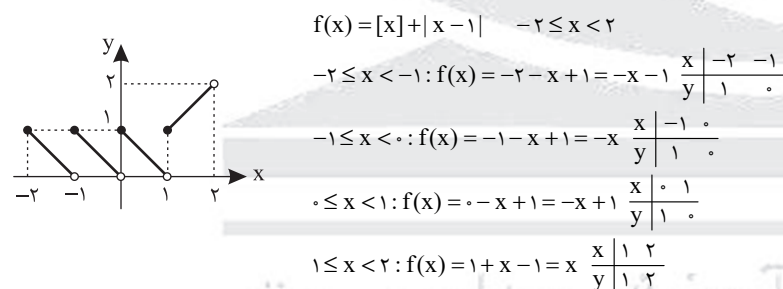
$$H = \frac{A+B}{2} \Rightarrow H\left(\frac{2+0}{2}, \frac{4+6}{2}\right) \Rightarrow H(1, 5)$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-4}{0-2} = -1 \Rightarrow m_d = -\frac{1}{m_{AB}} = 1$$

$$y - 5 = 1(x - 1) \Rightarrow y = x + 4$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

پاسخ سؤال ۱۰: (۵/۱ نمره)



$$f(x) = [x] + |x - 1| \quad -2 \leq x < 2$$

$$-2 \leq x < -1: f(x) = -2 - x + 1 = -x - 1 \quad \begin{matrix} x & -2 & -1 \\ y & 1 & 0 \end{matrix}$$

$$-1 \leq x < 0: f(x) = -1 - x + 1 = -x \quad \begin{matrix} x & -1 & 0 \\ y & 1 & 0 \end{matrix}$$

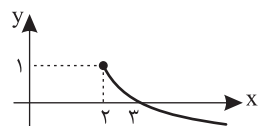
$$0 \leq x < 1: f(x) = 0 - x + 1 = -x + 1 \quad \begin{matrix} x & 0 & 1 \\ y & 1 & 0 \end{matrix}$$

$$1 \leq x < 2: f(x) = 1 + x - 1 = x \quad \begin{matrix} x & 1 & 2 \\ y & 1 & 2 \end{matrix}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۲)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

هر خط افقی، نمودار تابع را در بیشتر از یک نقطه قطع نمی‌کند، پس تابع، یک به یک است.



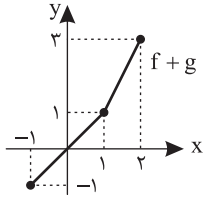
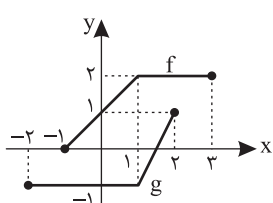
$$y = 1 - \sqrt{x - 2} : x \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 & y = 1 \\ x = 3 & y = 0 \end{cases}$$

$$f(x) = y = 1 - \sqrt{x - 2} \Rightarrow \sqrt{x - 2} = 1 - y \Rightarrow x - 2 = (1 - y)^2$$

$$\Rightarrow x = (1 - y)^2 + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = y = (1 - x)^2 + 2 \quad D_{f^{-1}} : x \leq 1$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)



$$D_f = [-1, 2], D_g = [-2, 2] \Rightarrow D_f \cap D_g = [-1, 2]$$

$$(f + g)(-1) = f(-1) + g(-1) = 0 + (-1) = -1$$

$$(f + g)(1) = f(1) + g(1) = 2 + (-1) = 1$$

$$(f + g)(2) = f(2) + g(2) = 2 + 1 = 3$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۶)



پاسخ سؤال ۱۳: (۲ نمره)

دامنه توابع f و g را به دست می آوریم.

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1} : x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow |x| \geq 1 \Rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$g(x) = \sqrt{4 - x^2} : 4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_g = [-2, 2]$$

حال دامنه gof را با استفاده از تعریف به دست می آوریم.

$$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$D_{\text{gof}} = \{x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \mid f(x) \in [-2, 2]\}$$

$$D_{\text{gof}} = \{x \in \underbrace{(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)}_{(1)} \mid -2 \leq f(x) \leq 2\}$$

نامعادله $-2 \leq f(x) \leq 2$ را حل می کنیم.

$$-2 \leq \sqrt{x^2 - 1} \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1} \geq -2 \\ \sqrt{x^2 - 1} \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{همواره برقرار است} \\ x^2 - 1 \leq 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 \leq 5 \Rightarrow |x| \leq \sqrt{5} \Rightarrow -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5} \quad (2)$$

اشتراک (۱) و (۲) را به دست می آوریم:

$$(1) \cap (2) : -\sqrt{5} \leq x \leq -1 \text{ یا } 1 \leq x \leq \sqrt{5}$$

$$D_{\text{gof}} = [-\sqrt{5}, -1] \cup [1, \sqrt{5}]$$

$$(\text{gof})(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x^2 - 1}) = \sqrt{4 - (\sqrt{x^2 - 1})^2} = \sqrt{4 - (x^2 - 1)} = \sqrt{5 - x^2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۹)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱ نمره)

ابتدا $g^{-1}(4)$ را می یابیم:

$$g(x) = 4 \Rightarrow 3x - 2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$g(2) = 4 \Rightarrow g^{-1}(4) = 2$$

حال خواسته سؤال را به دست می آوریم:

$$f \circ g^{-1}(4) = f(g^{-1}(4)) = f(2) = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۵۸ و ۶۹)

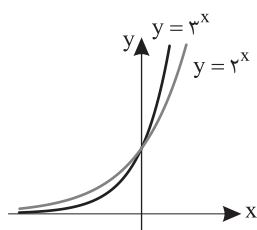
پاسخ سؤال ۱۵: (۱ نمره)

$$(2^x)^{(2x-1)} > \frac{1}{2^{11}} \Rightarrow 2^{4x-2} > 2^{-11}$$

$$4x - 2 > -11 \Rightarrow 4x > -9 \Rightarrow x > -\frac{9}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۸)

پاسخ سؤال ۱۶: (۱ نمره)



(حسابان یازدهم، صفحه ۷۶)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{x} \Rightarrow x^3 = -1 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow \text{مجموعه جواب} = \{-1\}$$

الف) نادرست

$$D_f = D_g = (-\infty, 0) \quad f(x) = g(x) = \frac{1}{x}$$

ب) درست

$$q = 1: \text{دنباله هندسی}, d = 0: \text{دنباله حسابی}$$

ج) درست

د) درست

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۹)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

ج) ۴ و ۱۰ (۵/۰ نمره)

ب) (۲, ۳) (۲۵/۰ نمره)

الف) ۸ (۲۵/۰ نمره)

(حسابان یازدهم، صفحه های ۴۷، ۵۶ و ۷۷)

پاسخ سؤال ۳: (۲۵/۰ نمره)

گزینه (۲)

(حسابان یازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۴: (۵/۱ نمره)

اعداد طبیعی مضرب ۷ به صورت $7k$ هستند که $k \in \mathbb{N}$ است.

$$100 \leq 7k \leq 999 \Rightarrow \frac{100}{7} \leq k \leq \frac{999}{7} \Rightarrow 14,28 \leq k \leq 142,71$$

$$k = 15, 16, \dots, 142 \Rightarrow \text{تعداد } n = 142 - 15 + 1 = 128$$

$$15 \times 7, 16 \times 7, \dots, 142 \times 7 \Rightarrow 105, 112, \dots, 994$$

$$S_{128} = \frac{128}{2}(a_1 + a_{128}) = 64(105 + 994) = 70336$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶)

پاسخ سؤال ۵: (۲۵/۱ نمره)

$$2x^2 - x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{1}{2} \\ \alpha \cdot \beta = -2 \end{cases}$$

ریشه های جدید: $\{2\alpha + 2, 2\beta + 2\}$

$$S_{\text{جدید}} = 2(\alpha + \beta) + 4 = 5, P_{\text{جدید}} = 4\alpha\beta + 4(\alpha + \beta) + 4 = -8 + 2 + 4 = -2$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 2 = 0$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۹)

پاسخ سؤال ۶: (۷۵/۱ نمره)

$$f(k) = 0 \Rightarrow 2k^2 - (2k + 1)k^2 + 16k - 8 = 0$$

$$\Rightarrow 2k^2 - 2k^2 - \lambda k^2 + 16k - 8 = 0 \Rightarrow -\lambda(k^2 - 2k + 1) = 0 \Rightarrow -\lambda(k-1)^2 = 0 \Rightarrow k = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x^2 - 10x^2 + 16x - 8 = (x-1)(g(x))$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 - 10x^2 + 16x - 8 & x-1 \\ \hline 2x^2 - 2x^2 & 2x^2 - 8x + 8 \end{array}$$

$$-8x^2 + 16x - 8$$

$$-8x^2 + 8x$$

$$8x - 8$$

$$8x - 8$$

$$0$$

$$\Rightarrow g(x) = 2x^2 - 8x + 8 = 2(x^2 - 4x + 4) = 2(x-2)^2$$

$$\Rightarrow f(x) = 2(x-1)(x-2)^2 \Rightarrow \text{صفرهای تابع: } x=1, x=2$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۳)



پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$\sqrt{3x+1} = 2 + \sqrt{x+3} \Rightarrow 3x+1 = 4 + x + 3 + 4\sqrt{x+3} \Rightarrow 4\sqrt{x+3} = 2x - 6 \Rightarrow 2\sqrt{x+3} = x - 3$$

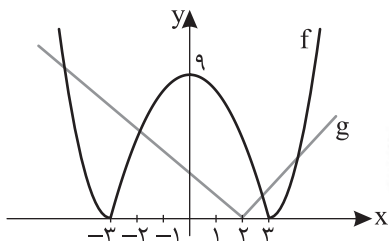
$$\frac{x-3}{2} \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow 4(x+3) = (x-3)^2$$

$$4x + 12 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 10x - 3 = 0 \text{ و } \Delta = 100 + 12 = 112 \Rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{112}}{2} = \frac{10 \pm 2\sqrt{28}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 + \sqrt{28} \checkmark \\ x = 5 - \sqrt{28} \text{ غق} \end{cases}$$

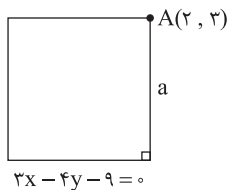
(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

تعداد جوابهای معادله $|x^2 - 9| = |x - 2|$ برابر است با تعداد نقاط برخورد دو تابع $f(x) = |x^2 - 9|$ و $g(x) = |x - 2|$ که طبق شکل زیر این معادله ۴ جواب دارد.

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۷)

پاسخ سؤال ۹: (۷۵/۰ نمره)

مختصات نقطه $A(2, 3)$ در خط $3x - 4y = 9$ صدق نمی کند، پس با توجه به شکل فرضی مقابل، فاصله نقطه A تا خط داده شده، برابر با ضلع مربع است.

$$a = \frac{|3 \times 2 - 4 \times 3 - 9|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|6 - 12 - 9|}{\sqrt{25}}$$

$$\Rightarrow a = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow S = a^2 = 3^2 = 9$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۴)

پاسخ سؤال ۱۰: (۵/۱ نمره)

نقطه $M(\alpha, 2\alpha)$ را بر روی خط $y = 2x$ در نظر می گیریم.

$$A(2, 4)$$

$$AM + OM = 5 \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 2)^2 + (2\alpha - 4)^2} + \sqrt{\alpha^2 + (2\alpha)^2} = 5$$

$$\sqrt{(\alpha - 2)^2 + 4(\alpha - 2)^2} + \sqrt{5\alpha^2} = 5 \Rightarrow \sqrt{5}|\alpha - 2| + \sqrt{5}|\alpha| = 5 \Rightarrow |\alpha - 2| + |\alpha| = \sqrt{5}$$

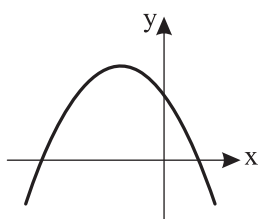
$$\alpha < 0: -\alpha + 2 - \alpha = \sqrt{5} \Rightarrow \alpha = \frac{2 - \sqrt{5}}{2} \Rightarrow M_1(\frac{2 - \sqrt{5}}{2}, 2 - \sqrt{5})$$

$$0 \leq \alpha \leq 2: -\alpha + 2 + \alpha = \sqrt{5} \Rightarrow 2 = \sqrt{5} \text{ غق}$$

$$\alpha > 2: \alpha - 2 + \alpha = \sqrt{5} \Rightarrow \alpha = \frac{\sqrt{5} + 2}{2} \Rightarrow M_2(\frac{\sqrt{5} + 2}{2}, 2 + \sqrt{5})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۱۱: (۵/۰ نمره)



$$a < 0 \Rightarrow \text{سهمی رو به پایین}$$

$$c > 0 \Rightarrow \text{عرض از مبدأ سهمی}$$

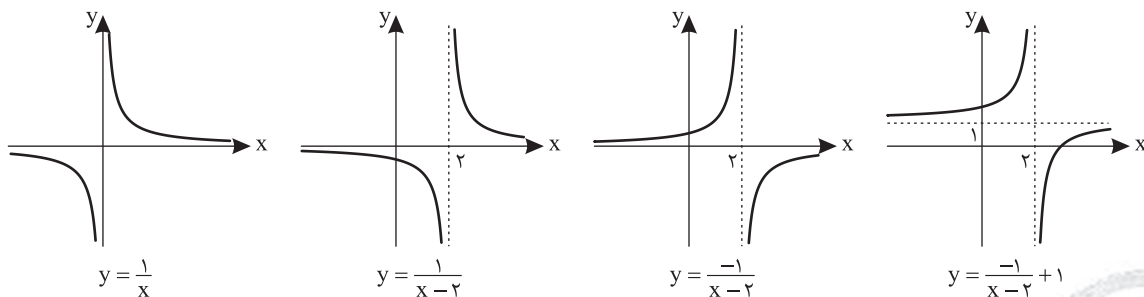
$$\text{طول رأس سهمی} = -\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow \frac{b}{2a} > 0 \xrightarrow{a < 0} b < 0$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۲)



پاسخ سؤال ۱۲: (۲/۵ نمره)

(الف)



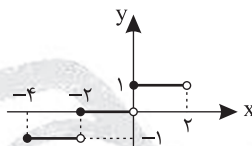
$$\text{ب) } y = \left[\frac{1}{x}\right] + 1, -4 \leq x < 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{1}{x} < 1$$

$$-2 \leq \frac{1}{x} < -1 \Rightarrow y = -2 + 1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow -4 \leq x < -2$$

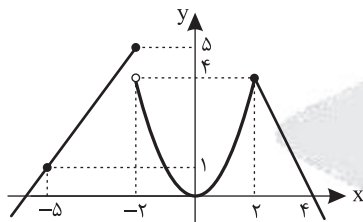
$$-1 \leq \frac{1}{x} < 0 \Rightarrow y = -1 + 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow -2 \leq x < 0$$

$$0 \leq \frac{1}{x} < 1 \Rightarrow y = 0 + 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow 0 \leq x < 2$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۴۵ و ۵۲)



پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)



(حسابان یازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

سهمی از منفی بی نهایت تا حداکثر طول رأس سهمی وارون پذیر است، پس بیشترین مقدار a همان طول رأس سهمی است.

$$y = x^2 - 4x + 1$$

$$a = x_{\text{رأس}} = \frac{-(-4)}{2(1)} = 2$$

$$y = x^2 - 4x + 1, x \leq 2 \Rightarrow y + 3 = x^2 - 4x + 4$$

$$y + 3 = (x - 2)^2 \Rightarrow \sqrt{y + 3} = |x - 2| \xrightarrow{x \leq 2} \sqrt{y + 3} = -x + 2 \Rightarrow x = 2 - \sqrt{y + 3} \Rightarrow f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x + 3}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۷۵ نمره)

$$f(x) = \frac{x+2}{x-1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$g(x) = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow 4-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_g = [-2, 2]$$

$$\text{الف) } D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [-2, 2] \mid \sqrt{4-x^2} \in \mathbb{R} - \{1\}\} = \{-2 \leq x \leq 2 \mid \sqrt{4-x^2} \neq 1\}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4-x^2} \neq 1 \Rightarrow 4-x^2 \neq 1 \Rightarrow x^2 \neq 3 \Rightarrow x \neq \pm\sqrt{3}$$

$$D_{f \circ g} = [-2, 2] - \{\pm\sqrt{3}\}$$

$$\text{ب) } D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0\}, D_f \cap D_g = [-2, 2] - \{1\}$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{x+2}{x-1} = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow D_{\frac{g}{f}} = [-2, 2] - \{1, -2\} = (-2, 2] - \{1\}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۶۹ و ۷۰)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

صفحه ۴ از ۴

باسمه تعالی

پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

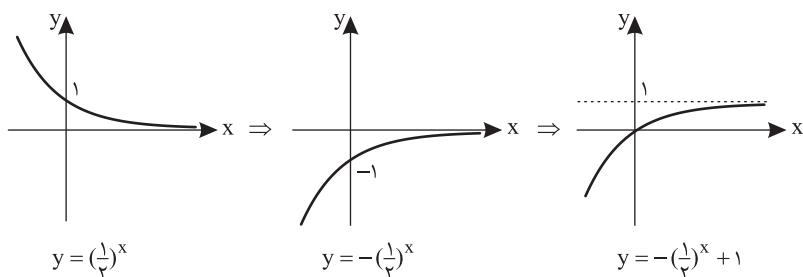
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

پاسخنامه درس: حسابان (سری ۲)

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

پاسخ سؤال ۱۶: (۱/۷۵ نمره)

(الف)



(ب)

$$D_f = \mathbb{R}, R_f = (-\infty, 1)$$

(ج) تابع f یک به یک است، زیرا هر خط موازی محور x ها، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۶)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) نادرست

(ج) درست

(ب) درست

(الف) نادرست

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۳۹، ۴۶، ۴۸ و ۵۱)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(الف) صفر

$$(f^{-1})^2 = \{(3, 4), (4, 1), (0, 9)\}$$

(د) $2\sqrt{2}$

$$3(1) + 5(2) + 7(3) + 5(4) = 3 + 10 + 21 + 20 = 54 \text{ (ج)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۳، ۳۴، ۵۱، ۵۴ و ۶۳)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

۹۶، ...، ۱۸، ۱۲: اعداد طبیعی دورقمی مضرب ۶

$$a_1 = 12, a_n = 96 \Rightarrow n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{96 - 12}{6} + 1 = 15 \text{ (نمره ۲۵/۰)}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2}(a_1 + a_{15}) = \frac{15}{2}(12 + 96) = 810 \text{ (نمره ۲۵/۰)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$x^2 - x - 1 = 0, \Delta = 5 > 0$$

$$\alpha + \beta = 1 = S \Rightarrow \begin{cases} S' = \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2PS = 1 - 2(-1)(1) = 4 \text{ (نمره ۲۵/۰)} \\ \alpha\beta = -1 = P \Rightarrow P' = \alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2 = P^2 = 1 \text{ (نمره ۲۵/۰)} \end{cases}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \text{ (نمره ۲۵/۰)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۹)

پاسخ سؤال ۵: (۲۵/۱ نمره)

رأس سهمی نقطه $S(2, 1)$ است، پس $h = 2$ و $k = 1$ و معادله سهمی به صورت زیر است:

$$y = a(x - h)^2 + k$$

$$y = a(x - 2)^2 + 1 \xrightarrow{\substack{x=0 \\ y=-3}} -3 = 4a + 1 \Rightarrow a = -1 \text{ (نمره ۲۵/۰)}$$

$$y = -(x - 2)^2 + 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 1 \Rightarrow x - 2 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases} \text{ (نمره ۵/۰)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۶)

پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

$$\text{الف)} \frac{2}{x} - \frac{3x}{x+2} = \frac{x}{x(x+2)} \Rightarrow \frac{2}{x} - \frac{3x}{x+2} = \frac{1}{x+2}$$

$$\xrightarrow{x(x+2) \times} 2(x+2) - 3x^2 = x \Rightarrow 2x + 4 - 3x^2 = x$$

$$\Rightarrow 3x^2 - x - 4 = 0 \xrightarrow{b=a+c} \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{4}{3} = -\frac{4}{3} \end{cases} \text{ (نمره ۵/۰)}$$

هر دو جواب قابل قبول هستند.

$$\text{ب)} x^2 + 3x - 8 = \sqrt{x^2 + 3x - 6}$$

$$t = \sqrt{t+2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} t^2 = t+2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow (t-2)(t+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -1 \end{cases} \text{ (نمره ۲۵/۰)}$$

از تغییر متغیر $x^2 + 3x - 8 = t$ استفاده می‌کنیم. $t = -1$ در معادله $t = \sqrt{t+2}$ صدق نمی‌کند ولی $t = 2$ صدق می‌کند، پس داریم: (نمره ۲۵/۰)

$$x^2 + 3x - 8 = 2 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -5 \end{cases} \text{ (نمره ۲۵/۰)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)

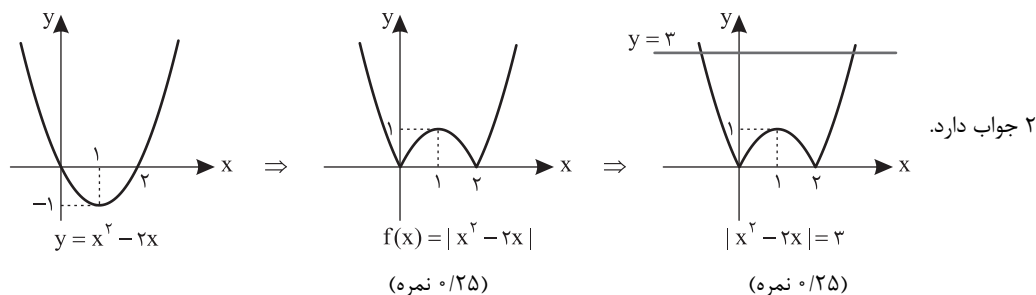
پاسخ سؤال ۷: (۲۵/۱ نمره)

$$y = x^2 - 2x$$

$$x_{\text{رأس}} = -\frac{-2}{2 \times 1} = 1$$

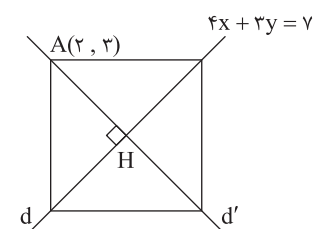
$$y_{\text{رأس}} = 1 - 2 = -1$$

$$y = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$$



$$|x^2 - 2x| = 3 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases} \text{ (نمره ۰/۵)} \\ x^2 - 2x = -3 \Rightarrow x^2 - 2x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \text{ ریشه ندارد. (نمره ۰/۲۵)} \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۸)



$$m_d = -\frac{4}{3} \Rightarrow m_{d'} = \frac{3}{4} \text{ (نمره ۰/۲۵)} \quad A(2, 3)$$

$$y - 3 = \frac{3}{4}(x - 2) \Rightarrow \frac{3}{4}x - \frac{3}{2} = y - 3 \Rightarrow \frac{3}{4}x - y = -\frac{3}{2} \Rightarrow 3x - 4y = -6 \Rightarrow 3x - 4y = -6 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$4x + 3y - 7 = 0 \quad A(2, 3)$$

$$AH = \frac{|4 \cdot 2 + 3 \cdot 3 - 7|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow \text{قطر مربع} = 4 \Rightarrow S_{\text{مربع}} = \frac{4 \times 4}{2} = 8 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۴)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

عبارت $-1 + a - a^2 + a^3 - a^4 + a^5$ مجموع شش جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول -1 و قدرنسبت $q = -a$ است، پس داریم:

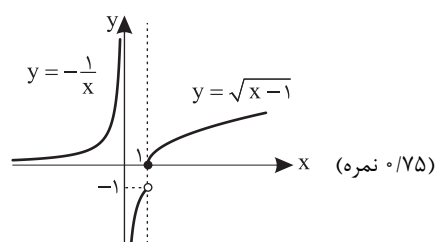
$$-1 + a - a^2 + a^3 - a^4 + a^5 = S_6 = \frac{-1(1 - q^6)}{1 - q} = \frac{-1(1 - (-a)^6)}{1 - (-a)} = \frac{-1(1 - a^6)}{1 + a} = \frac{a^6 - 1}{a + 1} \text{ (نمره ۰/۵)}$$

خواسته سوال برابر است با:

$$\frac{a^6 - 1}{a + 1} = \frac{a^6 - 1}{-(a^6 - 1)(a + 1)} = \frac{-1}{a + 1} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)



$$R_f = (-\infty, -1) \cup [0, +\infty) \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۳)

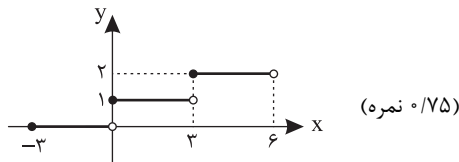


پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

$$y = \left[\frac{x}{3}\right] + 1$$

$$-3 \leq x < 6 \Rightarrow -1 \leq \frac{x}{3} < 2$$

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{x}{3} < 0 \Rightarrow y = 0 & -3 \leq x < 0 \text{ (نمره } 0/25) \\ 0 \leq \frac{x}{3} < 1 \Rightarrow y = 1 & 0 \leq x < 3 \text{ (نمره } 0/25) \\ 1 \leq \frac{x}{3} < 2 \Rightarrow y = 2 & 3 \leq x < 6 \text{ (نمره } 0/25) \end{cases}$$

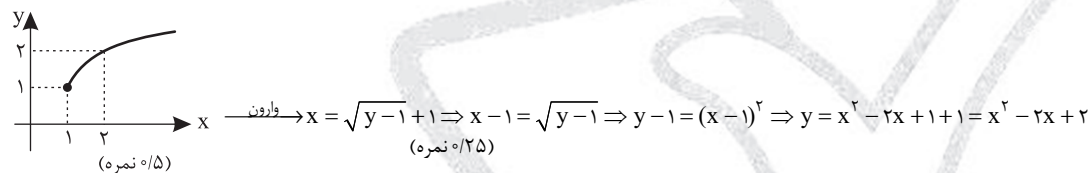


(حسابان یازدهم، صفحه ۵۱)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

نمودار تابع به صورت زیر است. هر خط افقی، نمودار را در بیشتر از یک نقطه قطع نمی کند، پس یک به یک است. البته یک به یک بودن را به صورت زیر نیز می توان اثبات کرد.

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \sqrt{x_1 - 1} + 1 = \sqrt{x_2 - 1} + 1 \Rightarrow \sqrt{x_1 - 1} = \sqrt{x_2 - 1} \Rightarrow x_1 - 1 = x_2 - 1 \Rightarrow x_1 = x_2$$



$$\Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 2x + 2 \quad D_{f^{-1}}: [1, +\infty) \text{ (نمره } 0/25)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۲)

پاسخ سؤال ۱۳: (۲ نمره)

ابتدا دامنه توابع f و g را به دست می آوریم:

$$f(x) = \frac{x-1}{3-x} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{3\} \text{ (نمره } 0/25)$$

$$g(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D_g = [1, +\infty) \text{ (نمره } 0/25)$$

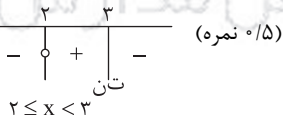
حال دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف محاسبه می کنیم.

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} - \{3\} \mid f(x) \in [1, +\infty)\} \text{ (نمره } 0/25)$$

$$D_{g \circ f} = \{x \neq 3 \mid f(x) \geq 1\} \text{ (نمره } 0/25)$$

نامعادله $f(x) \geq 1$ را حل می کنیم.

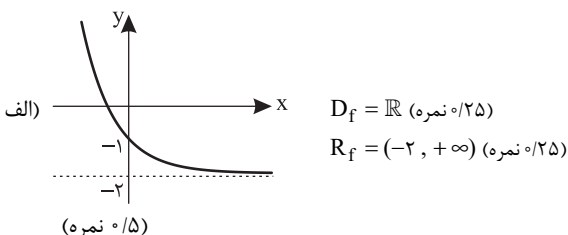
$$\begin{aligned} \frac{x-1}{3-x} \geq 1 &\Rightarrow \frac{x-1}{3-x} - 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{x-1-3+x}{3-x} \geq 0 \\ &\Rightarrow \frac{2x-4}{3-x} \geq 0 \text{ (نمره } 0/25) \end{aligned}$$



$$D_{g \circ f} = [2, 3) \text{ (نمره } 0/25)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۸)

پاسخ سؤال ۱۴: (۲ نمره)



$$D_f = \mathbb{R} \text{ (نمره } 0/25)$$

$$R_f = (-2, +\infty) \text{ (نمره } 0/25)$$

$$\left(\frac{1}{5}\right) \Rightarrow 2^{2x-4} < 5^{2x} \Rightarrow 5^{-2x+4} < 5^{2x} \Rightarrow -2x+4 < 2x \Rightarrow 4 < 4x \Rightarrow x > 1 \text{ (نمره } 0/25)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۸)



پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

پاسخنامه درس: حسابان (سری ۲)

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) درست

(ج) نادرست

(ب) درست

(الف) درست

(حسابان یازدهم، صفحه های ۵، ۳۹، ۵۱ و ۵۳)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(د) $\frac{1}{3}$

(ج) (۰، ۶)

(ب) (۳، ۴)

(الف) $(0, +\infty)$

(و) ۳

(ه) $\frac{13}{\sqrt{8}}$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۲۵، ۳۵، ۵۱، ۵۸، ۷۰ و ۷۴)

پاسخ سؤال ۳: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(الف) گزینه ۳، زیرا:

$$[2x] = 2 \Rightarrow 2 \leq 2x < 3 \Rightarrow 1 \leq x < \frac{3}{2} \xrightarrow{\times(-7)} -1 \frac{1}{2} < -7x \leq -7$$

پس $[-7x]$ می تواند ۵ مقدار مختلف -7 ، -8 ، -9 ، -10 ، -11 را اختیار کند.(ب) گزینه ۴، می دانیم در تابع وارون پذیر f ، ترکیب تابع با تابع وارونش تابع همانی به صورت زیر است:

$$y = (f^{-1} \circ f)(x) = x, x \in D_f$$

$$y = (f \circ f^{-1})(x) = x, x \in R_f$$

بنابراین زمانی $f^{-1} \circ f = f \circ f^{-1}$ است، که دامنه و برد تابع f برابر باشند.

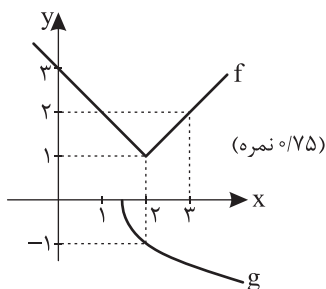
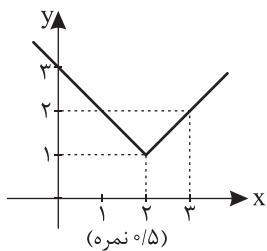
$$x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4 \Rightarrow D_f = [4, +\infty)$$

$$\sqrt{x-4} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x-4} + m \geq m \Rightarrow f(x) \geq m \Rightarrow R_f = [m, +\infty)$$

$$D_f = R_f \Rightarrow [4, +\infty) = [m, +\infty) \Rightarrow m = 4$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۵۱ و ۶۹)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

(الف) نمودار تابع $y = |x|$ را ۲ واحد به راست و یک واحد به بالا انتقال می دهیم تا نمودار $y = |x-2| + 1$ به دست آید.

$$g(x) = -\sqrt{3x-5}$$

$$3x-5 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{5}{3}$$

$$\text{نقاط کمکی: } \begin{vmatrix} \frac{5}{3} & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

(ب) نمودار توابع $f(x) = |x-2| + 1$ و $g(x) = -\sqrt{3x-5}$ را در صفحه مختصات رسم می کنیم.توابع f و g یکدیگر را قطع نمی کنند، پس معادله جواب ندارد. (۲۵/۰ نمره)

(حسابان یازدهم، صفحه های ۲۴ و ۲۸)

پاسخ سؤال ۵: (۲ نمره)

$$\text{(الف)} \quad \frac{1}{x^2-4x+4} + \frac{1}{x^2} = 2 \Rightarrow \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{1}{x^2} = 2$$

$$\xrightarrow{\times(x-2)^2(x^2)} x^2 + (x-2)^2 = 2x^2(x-2)^2 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 4 = 2x^2(x-2)^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = (x(x-2))^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = (x^2 - 2x)^2$$

(۲۵/۰ نمره)



پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

پاسخنامه درس: حسابان (سری ۲)

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

حال با تغییر متغیر $t = x^2 - 2x$ داریم:

$$t + 2 = t^2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases} \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x = -1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ (نمره } \circ/25 \text{)} \\ x^2 - 2x = 2 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=12} x = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3} \text{ (نمره } \circ/25 \text{)} \end{cases}$$

(ب) با نوشتن رابطه فیثاغورس داریم:

$$(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{x+2})^2 = 2^2 \xrightarrow{x>0} x + \sqrt{x+2} = 4 \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+2} = 4-x \xrightarrow{\text{توان}} x+2 = 16-8x+x^2 \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \checkmark \text{ (نمره } \circ/25 \text{)} \\ x = 7 \times \text{ (در معادله صدق نمی‌کند)} \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۵، ۱۹ و ۲۱)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

ابتدا داریم:

$$x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 5 \\ \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = 2 \end{cases} \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

اکنون مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله جدید را به دست می‌آوریم:

$$S = \alpha^3\beta + \beta^3\alpha = \alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2) = \alpha\beta((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta) = 2(25 - 4) = 42 \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

$$P = (\alpha^3\beta)(\alpha\beta^3) = (\alpha\beta)^4 = 2^4 = 16 \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

بنابراین معادله خواسته شده به صورت زیر است:

$$x^2 - Sx + P = 0 \xrightarrow{S=42, P=16} x^2 - 42x + 16 = 0 \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۸ و ۹)

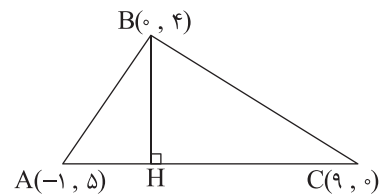
پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

با توجه به شکل فرضی مقابل، ابتدا باید معادله ضلع AC را به دست آوریم:

$$\begin{matrix} A(-1, 5) \\ C(9, 0) \end{matrix} \Rightarrow m = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{5-0}{-1-9} = -\frac{1}{2} \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

$$y - 0 = -\frac{1}{2}(x - 9) \Rightarrow 2y + x - 9 = 0 \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

اندازه ارتفاع BH همان فاصله نقطه B از این خط است. (نمره)



$$2y + x - 9 = 0 \Rightarrow BH = \frac{|2(4) + 0 - 9|}{\sqrt{4+1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$f(-2) = 0 \Rightarrow -8 + 4a - 6 - 2 = 0 \Rightarrow a = 4 \text{ (نمره } \circ/5 \text{)} \Rightarrow f(x) = x^3 + 4x^2 + 3x - 2$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 4x^2 + 3x - 2 & x+2 \\ - x^3 - 2x^2 & \\ \hline 2x^2 + 3x - 2 & \\ - 2x^2 - 4x & \text{(نمره } \circ/5 \text{)} \\ \hline -x - 2 & \\ + x + 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$x^3 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow \text{مجموع صفرهای دیگر: } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{-2}{1} = -2 \text{ (نمره } \circ/5 \text{)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۳)



پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

پاسخنامه درس: حسابان (سری ۲)

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

جمله اول و قدرنسبت دنباله را مشخص می کنیم.

$$a_n = 2^{n-1} \Rightarrow a_1 = 2^{1-1} = 1 \text{ (نمره } \circ/25) \Rightarrow a_2 = 2 \Rightarrow q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{1} = 2 \text{ (نمره } \circ/25)$$

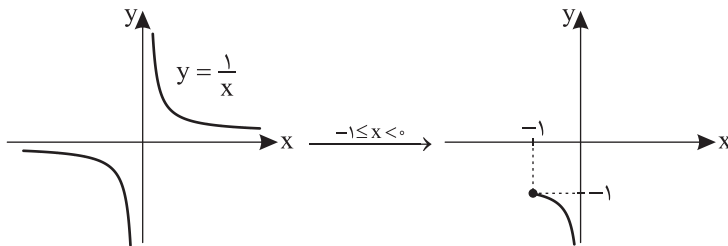
حال S_n را برابر ۵۱۱ قرار داده و داریم:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \Rightarrow \frac{1 \times (2^n - 1)}{2 - 1} = 511 \text{ (نمره } \circ/25) \Rightarrow 2^n - 1 = 511 \Rightarrow 2^n = 512 \Rightarrow n = 9 \text{ (نمره } \circ/25)$$

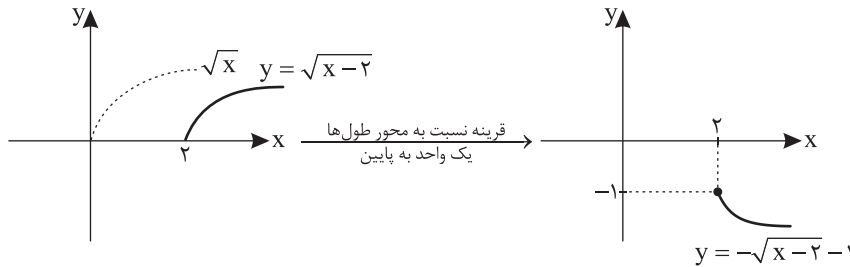
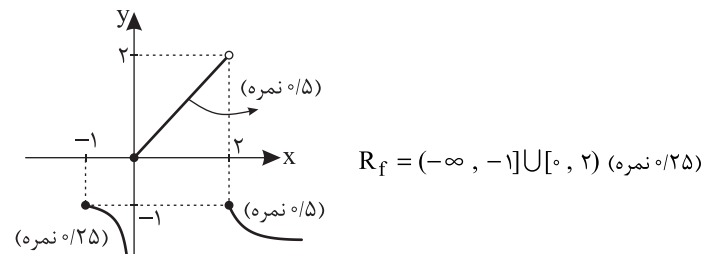
(حسابان یازدهم، صفحه ۶)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

برای درک بهتر، ابتدا ضابطه هر تابع را جداگانه رسم می کنیم:



$$0 \leq x < 2 \Rightarrow 0 \leq \frac{x}{2} < 1 \Rightarrow \left[\frac{x}{2}\right] = 0 \Rightarrow y = x + \left[\frac{x}{2}\right] \Rightarrow y = x \xrightarrow{\text{نمودار}}$$

اکنون نمودار f را رسم می کنیم:

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۳)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

در تابع $y = \sqrt{x+4} - 1$ ، x را بر حسب y حل کرده و داریم:

$$\sqrt{x+4} - 1 = y \Rightarrow \sqrt{x+4} = y+1 \Rightarrow x+4 = (y+1)^2 \Rightarrow x = (y+1)^2 - 4 \Rightarrow f^{-1}(x) = (x+1)^2 - 4 \text{ (نمره } \circ/25)$$

$$\sqrt{x+4} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+4} - 1 \geq -1 \Rightarrow y \geq -1 \Rightarrow R_f = [-1, +\infty) \Rightarrow D_{f^{-1}} = [-1, +\infty) \text{ (نمره } \circ/25)$$

$$f^{-1}(x) = (x+1)^2 - 4, x \geq -1 \text{ (نمره } \circ/25)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۲)

پس:



پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۲۵ نمره)

$$f(x) = \sqrt{25 - x^2} \Rightarrow 25 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 25 \Rightarrow -5 \leq x \leq 5 \Rightarrow D_f = [-5, 5] \text{ (نمره } \circ/25)$$

$$g(x) = \frac{x+2}{x-3} \Rightarrow x-3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{3\} \text{ (نمره } \circ/25)$$

ابتدا دامنه توابع f و g را به دست می آوریم:(به $-5 \leq x \leq 5$ نیز $\circ/25$ نمره تعلق می گیرد.)(به $x \neq 3$ نیز $\circ/25$ نمره تعلق می گیرد.)اکنون با استفاده از تعریف D_{gof} داریم:

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$D_{gof} = \underbrace{\{x \in [-5, 5] \mid \sqrt{25 - x^2} \neq 3\}}_{(1)} \text{ (نمره } \circ/25)$$

$$\sqrt{25 - x^2} \neq 3 \Rightarrow 25 - x^2 \neq 9 \Rightarrow x^2 \neq 16 \Rightarrow x = \pm 4 \text{ (2) (نمره } \circ/25)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow D_{gof} = [-5, 5] - \{-4, 4\} \text{ (نمره } \circ/25)$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۶۸ و ۶۹)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

دامنه توابع f و g را یافته و اشتراک آنها را به دست می آوریم:

$$D_f = [1, +\infty), D_g = \{1, -1, 5\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{1, 5\} \text{ (نمره } \circ/25)$$

$$f(1) = \sqrt{1-1} = 0, f(5) = \sqrt{5-1} = \sqrt{4} = 2$$

$$2f + g = \{(1, 2 \times 0 + 5), (5, 2 \times 2 + 6)\} \text{ (نمره } \circ/25) \Rightarrow 2f + g = \{(1, 5), (5, 10)\} \text{ (نمره } \circ/5)$$

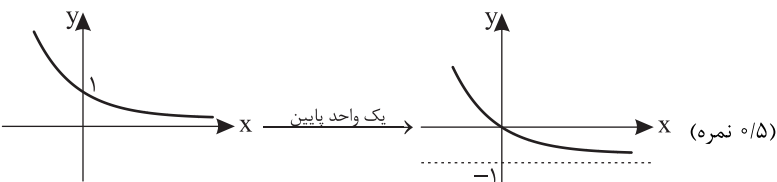
(حسابان یازدهم، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۷۵ نمره)

الف) باید $a^2 + 1 > 0$ و $a^2 + 1 \neq 1$ باشد:

$$\begin{cases} a^2 + 1 > 0 \Rightarrow \text{همواره برقرار (نمره } \circ/25) \\ a^2 + 1 \neq 1 \Rightarrow a \neq 0 \text{ (نمره } \circ/25) \end{cases} \text{ یا } (a \in \mathbb{R} - \{0\}) \text{ (نمره } \circ/5)$$

$$f(x) = 2^{-x} - 1 \Rightarrow f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$$

به ازای $a = 1$ داریم:پس کافی است نمودار $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ را یک واحد به پایین انتقال دهیم:

(ب) در دو طرف نامعادله پایه ها را به عدد ۲ تبدیل می کنیم و داریم:

$$(\sqrt{2})^{4x-2} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{3+x} \Rightarrow (2^{\frac{1}{2}})^{4x-2} \leq (2^{-2})^{3+x} \Rightarrow 2^{2x-1} \leq 2^{-6-2x} \Rightarrow 2x-1 \leq -6-2x \text{ (نمره } \circ/25)$$

$$\Rightarrow 4x \leq -5 \Rightarrow x \leq -\frac{5}{4} \text{ (نمره } \circ/25)$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۷۵ و ۷۸)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
سعید اکبرزاده	ایمان اردستانی - سعید اکبرزاده ابوالفضل فروغی - مهسا محمودزادگان	علیرضا فاطمی - ابوالفضل فروغی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمس - راضیه صالحی - انسیه مرزبان



باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲

پاسخنامه درس: حسابان

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۵، ۹، ۳۱، ۵۸ و ۵۹)

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(د) ۲

$$m = -\frac{3}{4}$$

$$x^2 - 4x + 2 = 0 \text{ (ب)}$$

$$\frac{21}{16} \text{ (الف)}$$

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(الف) نادرست، زیرا در یک مستطیل با نسبت طلایی، نسبت طول به عرض، با نسبت نصف محیط به طول برابر است.

$$\begin{array}{|c|} \hline L \\ \hline \end{array} \quad W \quad \frac{L}{W} = \frac{L+W}{L}$$

(ب) درست، با توجه به نامساوی مثلثی داریم:

$$|a \pm b| \leq |a| + |b|$$

(ج) درست، اگر تابع f از مجموعه A به مجموعه B تعریف شده باشد، به مجموعه B هم‌دامنه تابع می‌گوییم و همواره $R_f \subseteq B$.

(د) نادرست، زیرا $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ و $D_g = \mathbb{R}$ ، پس $D_f \neq D_g$.

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۹، ۲۵، ۳۹ و ۴۱)

پاسخ سؤال ۳: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(الف) گزینه ۲، زیرا:

$$a_1 = -50, d = 3$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{101} = \frac{101}{2}(-100 + 100 \times 3) = \frac{101}{2} \times 200 = 10100$$

(ب) گزینه ۱، زیرا با تقسیم $f(x) = x^3 - 5x + 4$ بر $x-1$ داریم:

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 5x + 4 & x-1 \\ \hline -(x^3 - x^2) & x^2 + x - 4 \\ \hline x^2 - 5x + 4 & \\ \hline -(x^2 - x) & -4x + 4 \\ \hline -4x + 4 & \\ \hline -(-4x + 4) & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-1)(x^2 + x - 4)$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2+x-4=0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{جواب بزرگ‌تر}} x = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۴ و ۱۳)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۷۵ نمره)

(الف) با توجه به اینکه $S(-1, 2)$ رأس سهمی است، داریم:

$$f(x) = a(x+1)^2 + 2, (0, 1) \Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow 1 = a(1) + 2 \Rightarrow a = -1 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$f(x) = -(x+1)^2 + 2 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 2x + 1 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(ب)

$$f(x) = 0 \Rightarrow -(x+1)^2 + 2 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 2 \Rightarrow |x+1| = \sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \sqrt{2} \Rightarrow x = \sqrt{2}-1 \quad (\text{نمره } 0/25) \\ x+1 = -\sqrt{2} \Rightarrow x = -\sqrt{2}-1 \quad (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۱ و ۲۷)



پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲

پاسخنامه درس: حسابان

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۲۵ نمره)

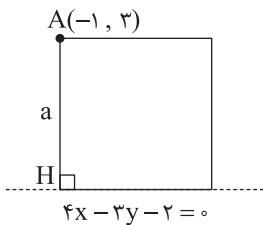
$$\sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = 5 \Rightarrow \sqrt{2x+1} = 5 - \sqrt{x} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\xrightarrow{\text{توان } ۲} 2x+1 = 25 + x - 10\sqrt{x} \Rightarrow x + 10\sqrt{x} - 24 = 0 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \quad \xrightarrow{\sqrt{x}=t} t^2 + 10t - 24 = 0 \Rightarrow (t+12)(t-2) = 0$$

$$\begin{cases} t = -12 \\ t = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \end{cases} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

طبق شکل فرضی زیر، فاصله نقطه $A(-1, 3)$ از خط $4x - 3y - 2 = 0$ برابر با ضلع مربع است.

$$a = AH = \frac{|4(-1) - 3(3) - 2|}{\sqrt{16+9}} = \frac{15}{5} = 3 \quad (\text{نمره } ۰/۵) \Rightarrow S = a^2 = 3^2 = 9 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

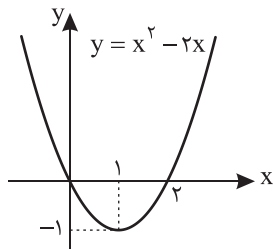
(حسابان یازدهم، صفحه ۳۴)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

ابتدا نمودار تابع $y = x^2 - 2x$ را رسم می‌کنیم.

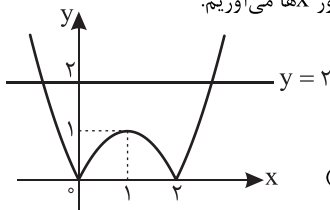
$$y = x^2 - 2x$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & 2 \\ \hline y & 0 & 0 \end{array}$$



(نمره ۰/۵)

$$\text{رأس} \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \times 1} = 1 \\ y = 1 - 2 = -1 \end{cases}$$

حال در نمودار $y = x^2 - 2x$ قسمت‌های زیر محور x را نسبت به محور x قرینه کرده و به بالای محور x می‌آوریم.

$$\Rightarrow f(x) = |x^2 - 2x| \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

تعداد جواب‌های معادله $|x^2 - 2x| = 2$ برابر با تعداد نقاط برخورد منحنی $f(x) = |x^2 - 2x|$ و خط $y = 2$ است که دیده می‌شود. خط $y = 2$ نمودار تابع را در ۲ نقطه قطع می‌کند، پس معادله ۲ جواب دارد. (نمره ۰/۵)

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۸)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$\left. \begin{array}{l} x \text{ ساعت} = \text{زمان نفر اول} \\ x + 10 \text{ ساعت} = \text{زمان نفر دوم} \\ 12 \text{ ساعت} = \text{زمان هر دو با هم} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

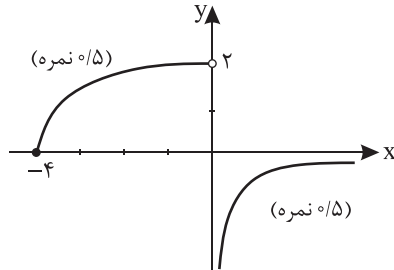
$$\frac{2x+10}{x(x+10)} = \frac{1}{12} \Rightarrow x^2 + 10x = 24x + 120 \Rightarrow x^2 - 14x - 120 = 0 \Rightarrow (x-20)(x+6) = 0 \Rightarrow x = 20 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

پس نفر دوم کار را به تنهایی در $20 + 10 = 30$ ساعت انجام می‌دهد. (نمره ۰/۲۵)

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)



پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)



$$D_f = [-4, +\infty) - \{0\} \quad (۵/۲۵ \text{ نمره})$$

$$R_f = (-\infty, 2) \quad (۵/۲۵ \text{ نمره})$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۳)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

با تشکیل مربع کامل داریم:

$$f(x) = y = x^2 - 6x + 8 \Rightarrow y = x^2 - 6x + 9 - 1 \Rightarrow y = (x - 3)^2 - 1 \quad (۵/۲۵ \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow y + 1 = (x - 3)^2 \Rightarrow \sqrt{y + 1} = |x - 3| \xrightarrow{\substack{x \leq 3 \\ x - 3 \leq 0}} \sqrt{y + 1} = -(x - 3) \Rightarrow -\sqrt{y + 1} = x - 3 \quad (۵/۲۵ \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow x = 3 - \sqrt{y + 1} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = f^{-1}(x) = 3 - \sqrt{x + 1} \quad (۵/۲۵ \text{ نمره})$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۷۵ نمره)

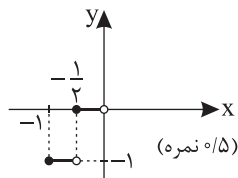
$$\text{الف) } y = [2x] + 1, -1 \leq x < 0 \xrightarrow{x^2} -2 \leq 2x < 0$$

$$-2 \leq 2x < -1 \Rightarrow y = -2 + 1 = -1 \Rightarrow -1 \leq x < -\frac{1}{2} \quad (۵/۵ \text{ نمره})$$

$$-1 \leq 2x < 0 \Rightarrow y = -1 + 1 = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x < 0 \quad (۵/۵ \text{ نمره})$$

$$\text{ب) } y = [-2\sqrt{2}] + 1 = -3 + 1 = -2 \quad (۵/۲۵ \text{ نمره})$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۱)



پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

$$D_f = \{2, 1, 4, 6, 3\}, D_g = \{2, 4, -1, 6, 0\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{2, 4, 6\}$$

$$\begin{array}{c|ccc} x & 2 & 4 & 6 \\ f & 5 & 2 & 1 \\ g & 4 & 2 & 2 \end{array} \Rightarrow \frac{2f}{f-g} = \left\{ \left(2, \frac{10}{1} \right), \left(4, \frac{4}{-2} \right), \left(6, \frac{2}{-4} \right) \right\}$$

تعریف نشده

$$\Rightarrow \frac{2f}{f-g} = \left\{ (2, 10), (4, -2), (6, -0.5) \right\}$$

(۵/۲۵ نمره) (۵/۲۵ نمره)

برای محاسبه $g \circ f$ با شروع از تابع f داریم:

$$2 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{g} x \quad 4 \xrightarrow{f} 2 \xrightarrow{g} 4 \quad 3 \xrightarrow{f} 0 \xrightarrow{g} 5$$

$$1 \xrightarrow{f} 3 \xrightarrow{g} x \quad 6 \xrightarrow{f} 1 \xrightarrow{g} x$$

بنابراین:

$$g \circ f = \left\{ \underbrace{(4, 4)}_{(۵/۲۵ \text{ نمره})}, \underbrace{(3, 5)}_{(۵/۲۵ \text{ نمره})} \right\}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۶۸ و ۶۹)



پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۷۵ نمره)

$$f(x) = \frac{1}{x-1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}, \quad g(x) = \frac{1}{x+5} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{-5\}$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \neq -5 \mid \frac{1}{x+5} \neq 1\}$$

(نمره ۰/۲۵)

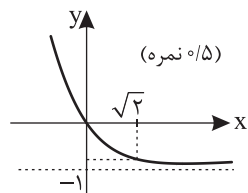
$$\frac{1}{x+5} \neq 1 \Rightarrow x+5 \neq 1 \Rightarrow x \neq -4 \quad (\text{نمره ۰/۲۵})$$

$$D_{f \circ g} = \mathbb{R} - \{-5, -4\} \quad (\text{نمره ۰/۲۵})$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x+5}\right) = \frac{1}{\frac{1}{x+5} - 1} = \frac{x+5}{-x-4} \quad (\text{نمره ۰/۵})$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۹)

پاسخ سؤال ۱۴: (۲ نمره)

الف) نمودار تابع $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ را یک واحد به پایین انتقال می دهیم تا نمودار $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$ حاصل شود.ب) با توجه به نمودار، حاصل $f(\sqrt{2})$ عددی بین -1 تا صفر است، پس:

$$-1 < f(\sqrt{2}) < 0 \Rightarrow [f(\sqrt{2})] = -1 \quad (\text{نمره ۰/۲۵})$$

(نمره ۰/۲۵)

ج)

$$3^{2(3x-2)} > 3^{-5} \Rightarrow 3^{6x-4} > 3^{-5} \Rightarrow 6x-4 > -5 \Rightarrow 6x > -1 \Rightarrow x > -\frac{1}{6} \quad (\text{نمره ۰/۲۵})$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

(حسابان یازدهم، صفحه های ۷۴، ۷۸ و ۷۹)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
سعید اکبرزاده	ایمان اردستانی - سعید اکبرزاده ابوالفضل فروغی - مهسا محمودزادگان	علیرضا فاطمی - ابوالفضل فروغی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)	
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان	